

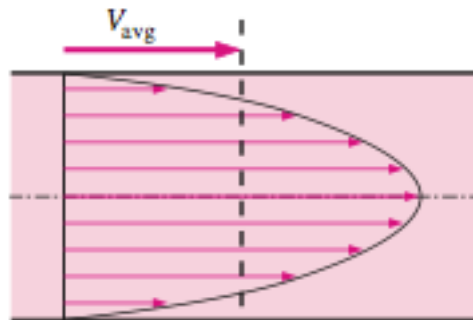
# Flujo en tuberías

Juan Manuel Rodríguez Prieto

**I.M., M.Sc., Ph.D.**

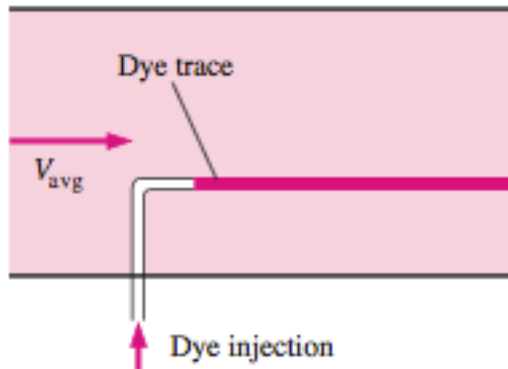
# Flujo en Tuberías

La velocidad del fluido en una tubería cambia de cero en la superficie debido a la condición de no-deslizamiento hasta un máximo en el centro de la tubería

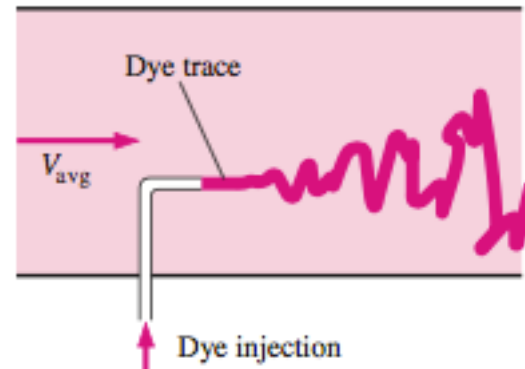


# Flujo en Tuberías

Flujo Laminar y Turbulento:



Laminar  
Líneas de corriente  
paralelas  
Movimiento ordenado  
Líneas de colorante  
forman una línea recta y  
suave



Turbulento  
Fluctuaciones de la  
velocidad  
Movimiento desordenado  
Líneas de colorante forman  
zigzagueos rápidos y  
aleatorios

# Flujo en Tuberías

Flujo Turbulento:

La intensa mezcla del fluido en el flujo turbulento como resultado de las rápidas fluctuaciones mejora la transferencia de la cantidad de movimiento entre las partículas del fluido, lo que aumenta la fuerza de fricción sobre la superficie y por tanto la potencia de bombeo necesaria.

# Flujo en Tuberías

## Número de Reynolds:

Reynolds descubrió que el régimen de flujo depende principalmente de la razón de fuerzas inerciales a fuerzas viscosas (Número de Reynolds)

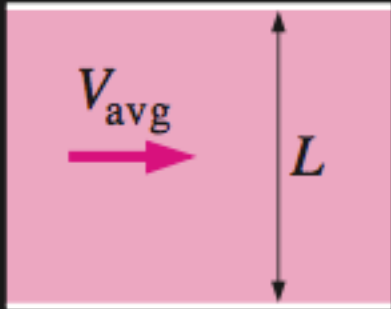
$$Re = \frac{\text{Inertial forces}}{\text{Viscous forces}} = \frac{V_{avg} D}{\nu} = \frac{\rho V_{avg} D}{\mu}$$

El número de Reynolds en donde el flujo se vuelve turbulento se llama **número de Reynolds crítico**

El número de Reynolds crítico es diferente para geometrías y condiciones de flujo distintas

Para flujo interno en una tubería circular el Re crítico es 2300

# Flujo en Tuberías



A diagram of a fluid element in a pipe. It is a pink rectangle with a horizontal arrow pointing to the right labeled  $V_{avg}$  and a vertical double-headed arrow on the right side labeled  $L$ .

$$\begin{aligned} Re &= \frac{\text{Inertial forces}}{\text{Viscous forces}} \\ &= \frac{\rho V_{avg}^2 L^2}{\mu V_{avg} L} \\ &= \frac{\rho V_{avg} L}{\mu} \\ &= \frac{V_{avg} L}{\nu} \end{aligned}$$

El número de Reynolds se puede considerar como la razón de fuerzas inerciales a fuerzas viscosas que actúan sobre un elemento de fluido

# Flujo en Tuberías

## Número de Reynolds:

Para flujo en tuberías no-circulares, el número de Reynolds se basa en el diámetro hidráulico  $D_m$

$$D_h = \frac{4A_c}{p}$$

Para tuberías circulares el diámetro hidráulico coincide con el diámetro del tubo

# Flujo en Tuberías

Flujo laminar y turbulento:

$$Re \lesssim 2300$$

laminar flow

$$2300 \lesssim Re \lesssim 4000$$

transitional flow

$$Re \gtrsim 4000$$

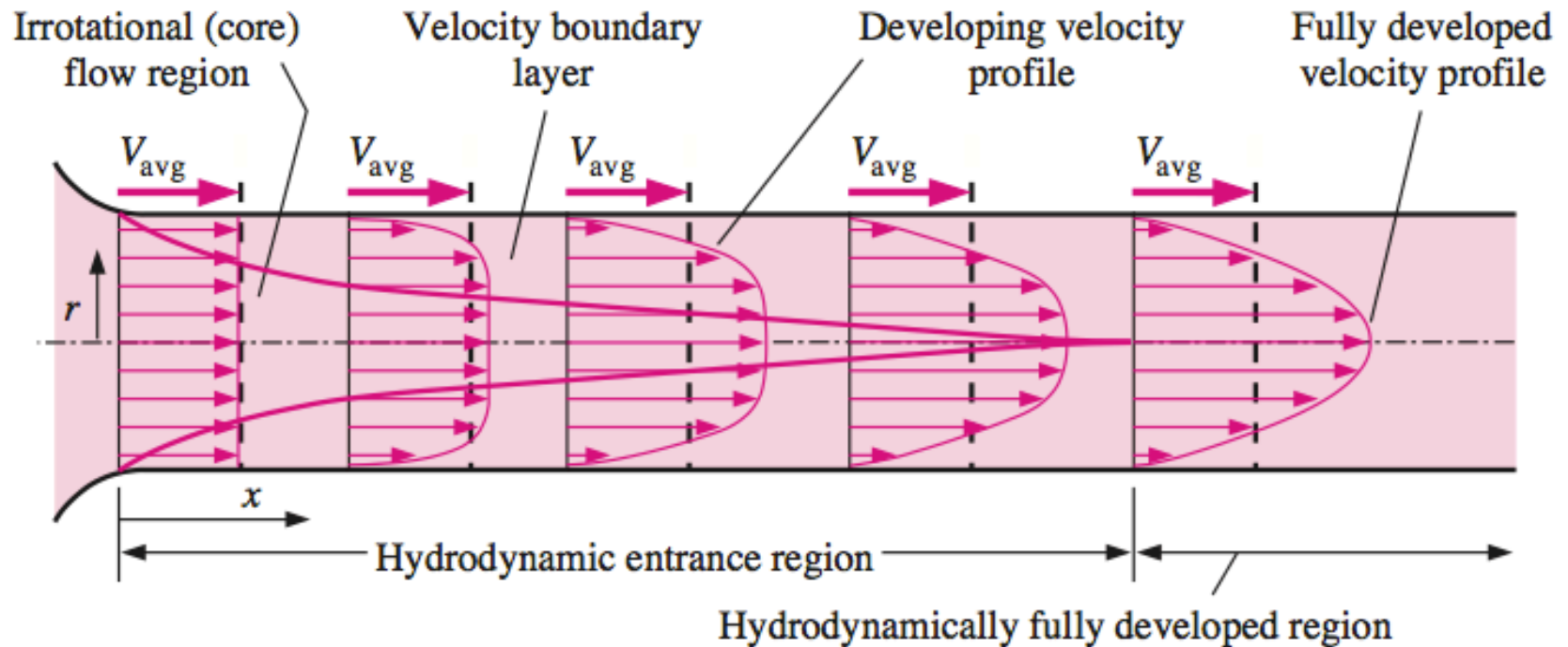
turbulent flow

En el flujo transicional, el flujo cambia entre laminar y turbulento de manera aleatoria



# Flujo en Tuberías

La región de entrada a una tubería



# Flujo en Tuberías

**Capa limite:** es la región en la que se sienten los efectos de los esfuerzos cortantes viscosos provocados por la viscosidad del fluido.

**Región de la capa limite:** región en la que los efectos viscosos y los cambios de velocidad son considerables.

**Región de flujo central irrotacional:** región en la que los efectos de la fricción son despreciables

**Región de entrada hidrodinámica:** es la región desde la entrada a la tubería hasta el punto en que la capa limite alcanza el centro de la tubería.

# Flujo en Tuberías

**Longitud de entrada hidrodinámica:** Longitud de la región de entrada hidrodinámica.

**Región hidrodinámicamente desarrollada:** zona más allá de la región de entrada en la que el perfil de velocidad esta totalmente desarrollado y permanece invariable.

La **longitud de entrada hidrodinámica** para flujo laminar esta dada por:

$$L_{h, \text{laminar}} \cong 0.05 \text{Re} D$$

La **longitud de entrada hidrodinámica** para flujo turbulento esta dada por:

$$L_{h, \text{turbulent}} = 1.359 D \text{Re}_D^{1/4}$$

# Flujo en Tuberías

## Flujo laminar en tuberías

Consideremos que el flujo está totalmente desarrollado (La tubería es suficientemente larga de modo que los efectos de entrada son despreciables).

Consideremos flujo laminar estacionario de un fluido incompresible en una tubería horizontal

El perfil de velocidad en una tubería circular (flujo laminar) está dado por:

$$u(r) = 2V_{\text{avg}} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$
$$V_{\text{avg}} = \frac{\int_{A_c} \rho u(r) dA_c}{\rho A_c} = \frac{\int_0^R \rho u(r) 2\pi r dr}{\rho \pi R^2} = \frac{2}{R^2} \int_0^R u(r) r dr$$

# Flujo en Tuberías

## Flujo laminar en tuberías

La caída/perdida de presión se puede expresar como

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{8\mu L V_{\text{avg}}}{R^2} = \frac{32\mu L V_{\text{avg}}}{D^2} \qquad \Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho V_{\text{avg}}^2}{2}$$

$f$  representa el factor de fricción de Darcy

Igualando las dos anteriores ecuaciones se obtiene el factor de fricción para flujo laminar totalmente desarrollado en una tubería circular

$$f = \frac{64\mu}{\rho D V_{\text{avg}}} = \frac{64}{\text{Re}}$$

Para flujo laminar, el factor de fricción sólo es función del número de Reynolds y es independiente de la rugosidad de la superficie de la tubería

# Flujo en Tuberías

## Flujo laminar en tuberías

Las pérdidas de presión comúnmente se expresan en términos de la altura de fluido equivalente, llamada pérdida de carga  $h_L$

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f \frac{L}{D} \frac{V_{\text{avg}}^2}{2g}$$

Si se conoce la pérdida de presión, la velocidad promedio del flujo laminar en una tubería horizontal se puede calcular a partir

$$V_{\text{avg}} = \frac{(P_1 - P_2)R^2}{8\mu L} = \frac{(P_1 - P_2)D^2}{32\mu L} = \frac{\Delta P D^2}{32\mu L}$$

Entonces, el flujo volumétrico de un flujo laminar en una tubería horizontal se puede calcular como

$$\dot{V} = V_{\text{avg}} A_c = \frac{(P_1 - P_2)R^2}{8\mu L} \pi R^2 = \frac{(P_1 - P_2)\pi D^4}{128\mu L} = \frac{\Delta P \pi D^4}{128\mu L}$$

# Flujo en Tuberías

## Flujo laminar en tuberías inclinadas

El perfil de velocidad para flujo laminar en tuberías inclinadas se puede escribir como:

$$u(r) = -\frac{R^2}{4\mu} \left( \frac{dP}{dx} + \rho g \sin \theta \right) \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

Además, la velocidad promedio y el flujo volumétrico para flujo laminar en tuberías inclinadas son:

$$V_{\text{avg}} = \frac{(\Delta P - \rho g L \sin \theta) D^2}{32\mu L}$$

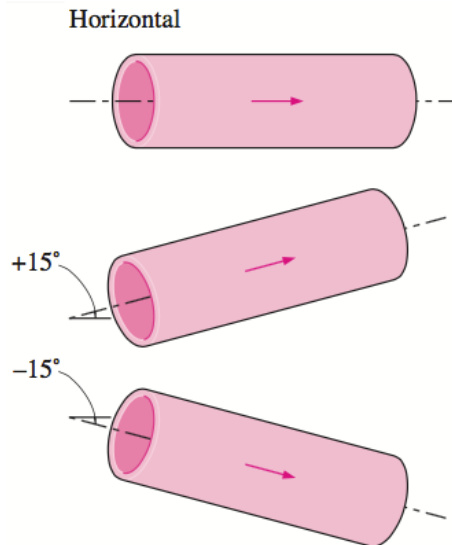
$$\dot{V} = \frac{(\Delta P - \rho g L \sin \theta) \pi D^4}{128\mu L}$$

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 1

### Razones de flujo en tuberías horizontales e inclinadas

Petróleo a  $20^{\circ}\text{C}$  ( $888\text{kg}/\text{m}^3$  y  $0.8\text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$ ) fluye de manera estable a través de una tubería de 5 cm de diámetro y 40 m de largo. La presión a la entrada y a la salida de la tubería se mide en 745 y 97 kPa, respectivamente. Determine la razón de flujo a través de la tubería si se supone que la tubería está a) horizontal, b) inclinada  $15^{\circ}$  hacia arriba, c) inclinada  $15^{\circ}$  hacia abajo. Verifique que el flujo es laminar





# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 1

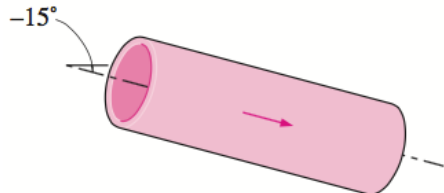
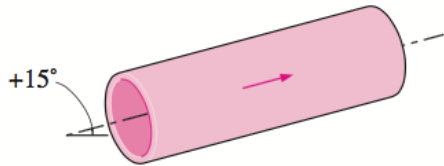
### Razones de flujo en tuberías horizontales e inclinadas

Petróleo a 20°C (888kg/m<sup>3</sup> y 0.8 kg/(m\*s)) fluye de manera estable a través de una tubería de 5 cm de diámetro y 40 m de largo. La presión a la entrada y a la salida de la tubería se mide en 745 y 97 kPa, respectivamente. Determine la razón de flujo a través de la tubería si se supone que la tubería está a) horizontal, b) inclinada 15° hacia arriba, c) inclinada 15° hacia abajo. Verifique que el flujo es laminar

Horizontal



La caída de presión en la tubería y el área de sección transversal de la tubería son:



$$\Delta P = P_1 - P_2 = 745 - 97 = 648 \text{ kPa}$$

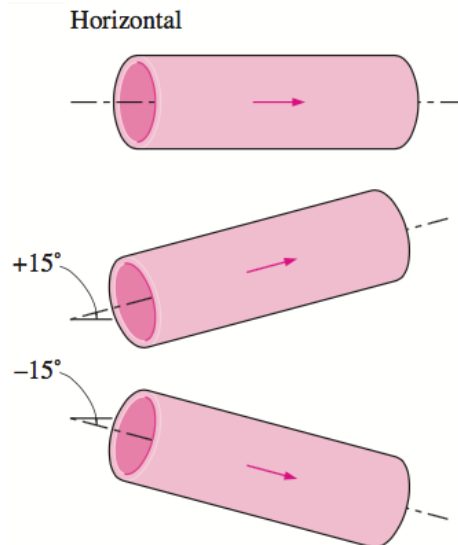
$$A_c = \pi D^2/4 = \pi(0.05 \text{ m})^2/4 = 0.001963 \text{ m}^2$$

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 1

### Razones de flujo en tuberías horizontales e inclinadas

Petróleo a 20°C (888kg/m<sup>3</sup> y 0.8 kg/(m\*s)) fluye de manera estable a través de una tubería de 5 cm de diámetro y 40 m de largo. La presión a la entrada y a la salida de la tubería se mide en 745 y 97 kPa, respectivamente. Determine la razón de flujo (caudal) a través de la tubería si se supone que la tubería está a) horizontal, b) inclinada 15° hacia arriba, c) inclinada 15° hacia abajo. Verifique que el flujo es laminar



La razón de flujo para los tres casos se puede determinar a partir de la siguiente ecuación

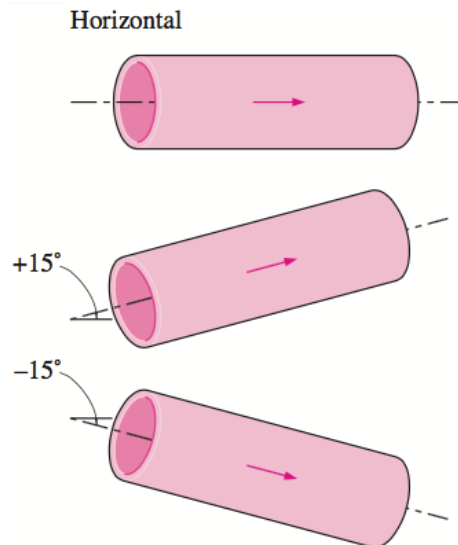
$$\dot{V} = \frac{(\Delta P - \rho g L \sin \theta) \pi D^4}{128 \mu L}$$

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 1

### Razones de flujo en tuberías horizontales e inclinadas

Petróleo a 20°C (888kg/m<sup>3</sup> y 0.8 kg/(m\*s)) fluye de manera estable a través de una tubería de 5 cm de diámetro y 40 m de largo. La presión a la entrada y a la salida de la tubería se mide en 745 y 97 kPa, respectivamente. Determine la razón de flujo a través de la tubería si se supone que la tubería está a) horizontal, b) inclinada 15° hacia arriba, c) inclinada 15° hacia abajo. Verifique que el flujo es laminar



Para el caso horizontal,  $\theta=0$ . En consecuencia

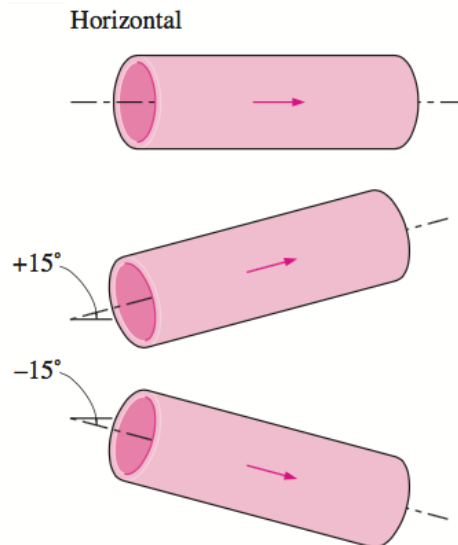
$$\dot{V}_{\text{horiz}} = \frac{\Delta P \pi D^4}{128 \mu L} = \frac{(648 \text{ kPa}) \pi (0.05 \text{ m})^4}{128 (0.800 \text{ kg/m} \cdot \text{s}) (40 \text{ m})} \left( \frac{1000 \text{ N/m}^2}{1 \text{ kPa}} \right) \left( \frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ N}} \right)$$
$$= \mathbf{0.00311 \text{ m}^3/\text{s}}$$

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 1

### Razones de flujo en tuberías horizontales e inclinadas

Petróleo a 20°C (888 kg/m<sup>3</sup> y 0.8 kg/(m·s)) fluye de manera estable a través de una tubería de 5 cm de diámetro y 40 m de largo. La presión a la entrada y a la salida de la tubería se mide en 745 y 97 kPa, respectivamente. Determine la razón de flujo a través de la tubería si se supone que la tubería está a) horizontal, b) inclinada 15° hacia arriba, c) inclinada 15° hacia abajo. Verifique que el flujo es laminar



Para el flujo colina arriba con una inclinación de 15°, se tiene que  $\theta = 15^\circ$  y

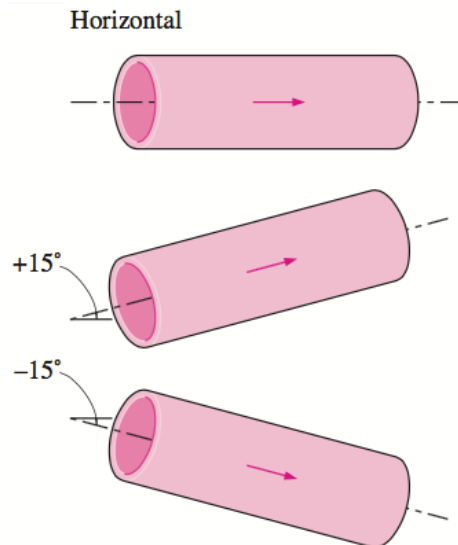
$$\begin{aligned}\dot{V}_{\text{uphill}} &= \frac{(\Delta P - \rho g L \sin \theta) \pi D^4}{128 \mu L} \\ &= \frac{[648,000 \text{ Pa} - (888 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(40 \text{ m}) \sin 15^\circ] \pi (0.05 \text{ m})^4}{128 (0.800 \text{ kg/m} \cdot \text{s})(40 \text{ m})} \left( \frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ Pa} \cdot \text{m}^2} \right) \\ &= \mathbf{0.00267 \text{ m}^3/\text{s}}\end{aligned}$$

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 1

### Razones de flujo en tuberías horizontales e inclinadas

Petróleo a 20°C (888 kg/m<sup>3</sup> y 0.8 kg/(m·s)) fluye de manera estable a través de una tubería de 5 cm de diámetro y 40 m de largo. La presión a la entrada y a la salida de la tubería se mide en 745 y 97 kPa, respectivamente. Determine la razón de flujo a través de la tubería si se supone que la tubería está a) horizontal, b) inclinada 15° hacia arriba, c) inclinada 15° hacia abajo. Verifique que el flujo es laminar



Para el flujo colina abajo con una inclinación de 15°, se tiene que  $\theta = -15^\circ$  y

$$\begin{aligned}\dot{V}_{\text{downhill}} &= \frac{(\Delta P - \rho g L \sin \theta) \pi D^4}{128 \mu L} \\ &= \frac{[648,000 \text{ Pa} - (888 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(40 \text{ m}) \sin(-15^\circ)] \pi (0.05 \text{ m})^4 \left( \frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ Pa} \cdot \text{m}^2} \right)}{128 (0.800 \text{ kg/m} \cdot \text{s})(40 \text{ m})} \\ &= \mathbf{0.00354 \text{ m}^3/\text{s}}\end{aligned}$$

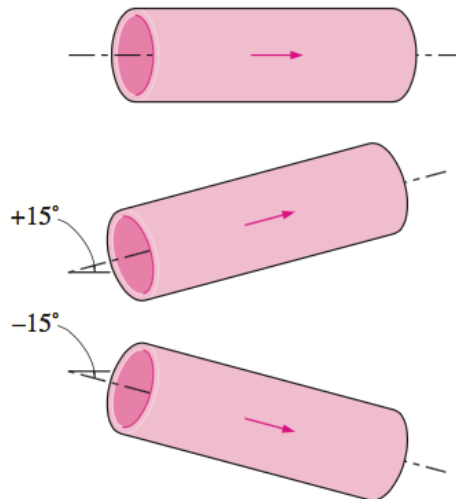
# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 1

### Razones de flujo en tuberías horizontales e inclinadas

Petróleo a 20°C (888 kg/m<sup>3</sup> y 0.8 kg/(m·s)) fluye de manera estable a través de una tubería de 5 cm de diámetro y 40 m de largo. La presión a la entrada y a la salida de la tubería se mide en 745 y 97 kPa, respectivamente. Determine la razón de flujo a través de la tubería si se supone que la tubería está a) horizontal, b) inclinada 15° hacia arriba, c) inclinada 15° hacia abajo. Verifique que el flujo es laminar

Horizontal



La razón de flujo es la más alta para el caso de flujo colina abajo. La velocidad del fluido promedio y el número de Reynolds en este caso son:

$$V_{\text{avg}} = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{0.00354 \text{ m}^3/\text{s}}{0.001963 \text{ m}^2} = 1.80 \text{ m/s}$$
$$\text{Re} = \frac{\rho V_{\text{avg}} D}{\mu} = \frac{(888 \text{ kg/m}^3)(1.80 \text{ m/s})(0.05 \text{ m})}{0.800 \text{ kg/m} \cdot \text{s}} = 100$$

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 2

### Caída de presión y pérdida de carga en una tubería

Se tiene agua a 40°F (62.4 lbm/ft<sup>3</sup> y 1.038\*10<sup>-3</sup> lbm/(ft\*s)) que fluye de manera estacionaria a través de una tubería horizontal de 0.12 in de diámetro y 30 ft de largo con una velocidad promedio de 3.0ft/s. Determine a) la pérdida de carga, b) la caída de presión y c) la necesidad de potencia de bombeo para superar esta caída de presión

- a) Primero es necesario determinar el régimen de flujo. El número de Reynolds es

$$Re = \frac{\rho V_{avg} D}{\mu} = \frac{(62.42 \text{ lbm/ft}^3)(3 \text{ ft/s})(0.01 \text{ ft})}{1.038 \times 10^{-3} \text{ lbm/ft} \cdot \text{s}} = 1803$$

El cual es menor que 2300. Por lo tanto, el flujo es laminar

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 2

### Caída de presión y pérdida de carga en una tubería

Se tiene agua a 40°F (62.4 lbm/ft<sup>3</sup> y 1.038\*10<sup>-3</sup> lbm/(ft\*s)) que fluye de manera estacionaria a través de una tubería horizontal de 0.12 in de diámetro y 30 ft de largo con una velocidad promedio de 3.0ft/s. Determine a) la pérdida de carga, b) la caída de presión y c) la necesidad de potencia de bombeo para superar esta caída de presión

Entonces el factor de fricción y la pérdida de carga se convierte en

$$f = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{1803} = 0.0355$$
$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{V_{\text{avg}}^2}{2g} = 0.0355 \frac{30 \text{ ft}}{0.01 \text{ ft}} \frac{(3 \text{ ft/s})^2}{2(32.2 \text{ ft/s}^2)} = \mathbf{14.9 \text{ ft}}$$



# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 2

### Caída de presión y pérdida de carga en una tubería

Se tiene agua a 40°F (62.4 lbm/ft<sup>3</sup> y 1.038\*10<sup>-3</sup> lbm/(ft\*s)) que fluye de manera estacionaria a través de una tubería horizontal de 0.12 in de diámetro y 30 ft de largo con una velocidad promedio de 3.0ft/s. Determine a) la pérdida de carga, b) la caída de presión y c) la necesidad de potencia de bombeo para superar esta caída de presión

b) La caída de presión en la tubería se debe por completo a las pérdidas por fricción y es equivalente a la pérdida de presión

$$\Delta P = \Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho V_{\text{avg}}^2}{2} = 0.0355 \frac{30 \text{ ft}}{0.01 \text{ ft}} \frac{(62.42 \text{ lbm/ft}^3)(3 \text{ ft/s})^2}{2} \left( \frac{1 \text{ lbf}}{32.2 \text{ lbm} \cdot \text{ft/s}^2} \right)$$
$$= \mathbf{929 \text{ lbf/ft}^2} = \mathbf{6.45 \text{ psi}}$$

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 2

### Caída de presión y pérdida de carga en una tubería

Se tiene agua a 40°F (62.4 lbm/ft<sup>3</sup> y 1.038\*10<sup>-3</sup> lbm/(ft\*s)) que fluye de manera estacionaria a través de una tubería horizontal de 0.12 in de diámetro y 30 ft de largo con una velocidad promedio de 3.0ft/s. Determine a) la pérdida de carga, b) la caída de presión y c) la necesidad de potencia de bombeo para superar esta caída de presión

c) El flujo volumétrico y la necesidad de potencia de bombeo son:

$$\dot{V} = V_{\text{avg}} A_c = V_{\text{avg}} (\pi D^2 / 4) = (3 \text{ ft/s}) [\pi (0.01 \text{ ft})^2 / 4] = 0.000236 \text{ ft}^3/\text{s}$$

$$\dot{W}_{\text{pump}} = \dot{V} \Delta P = (0.000236 \text{ ft}^3/\text{s}) (929 \text{ lbf/ft}^2) \left( \frac{1 \text{ W}}{0.737 \text{ lbf} \cdot \text{ft/s}} \right) = \mathbf{0.30 \text{ W}}$$

# Flujo en Tuberías

## Flujo turbulento

La mayoría de los flujos que se encuentran en la práctica de la ingeniería son turbulentos.

El factor de fricción  $f$  de flujo en una tubería con flujo turbulento totalmente desarrollado depende del número de Reynolds y la rugosidad relativa, que es la razón de la altura media de rugosidad de la tubería al diámetro de la tubería.

No se puede determinar una forma funcional para  $f$  a partir de un desarrollo teórico, como si sucede en el caso de flujo laminar.

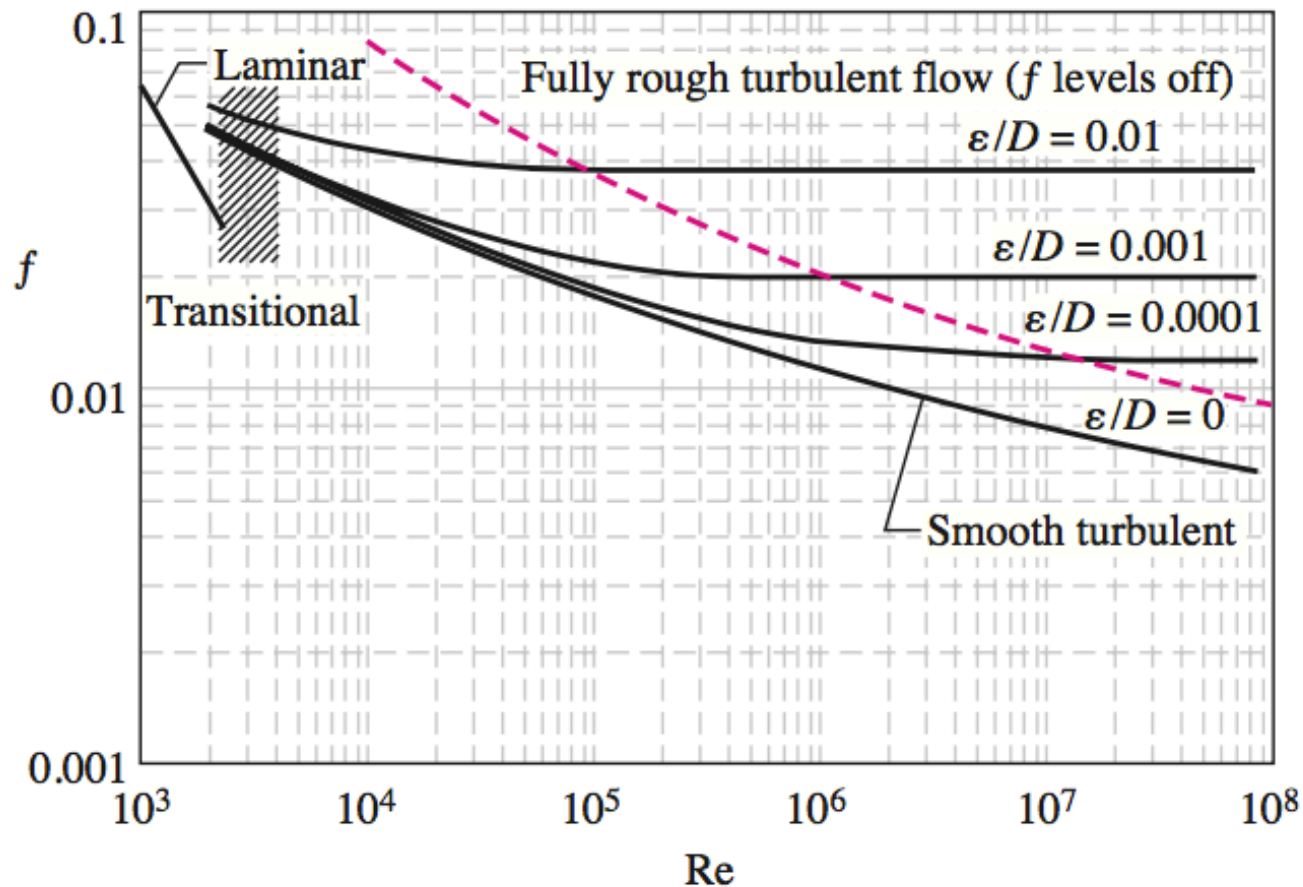
A partir de datos experimentales, se puede obtener una relación implícita conocida como ecuación de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right)$$

# Flujo en Tuberías

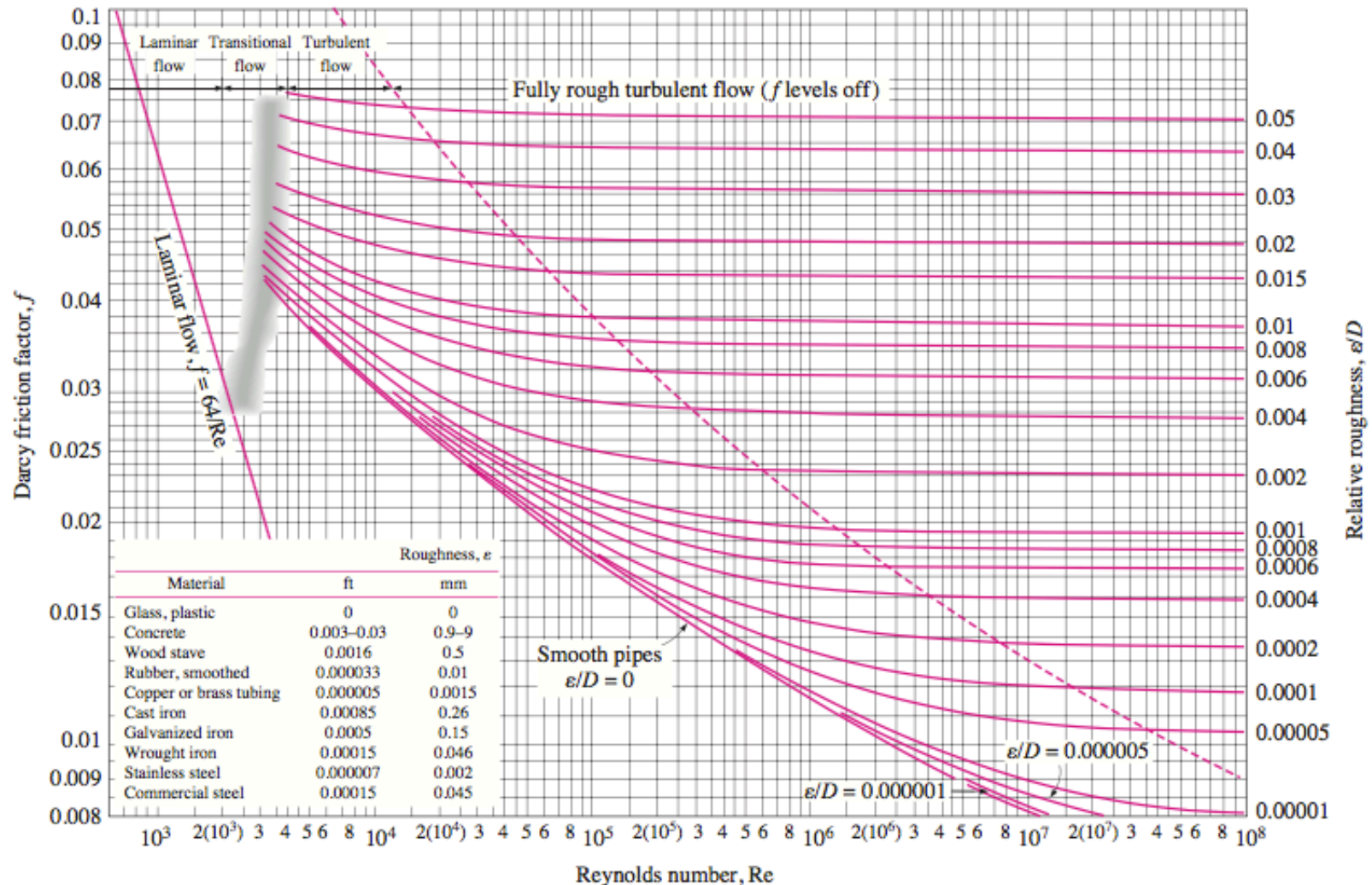
## Flujo turbulento

El diagrama de Moody representa de manera grafica la ecuación de Colebrook



# Flujo en Tuberías

## Flujo turbulento



# Flujo en Tuberías

## Flujo turbulento

Rugosidad de distintos materiales

Material	Roughness, $\epsilon$	
	ft	mm
Glass, plastic	0	0
Concrete	0.003–0.03	0.9–9
Wood stave	0.0016	0.5
Rubber, smoothed	0.000033	0.01
Copper or brass tubing	0.000005	0.0015
Cast iron	0.00085	0.26
Galvanized iron	0.0005	0.15
Wrought iron	0.00015	0.046
Stainless steel	0.000007	0.002
Commercial steel	0.00015	0.045

# Flujo en Tuberías

## Flujo turbulento

La ecuación de Colebrook está implícita en  $f$ , y por lo mismo requiere de un esquema iterativo para encontrar la solución (por ejemplo un esquema de Newton-Raphson)

En 1983 Haaland proporcionó una relación explícita para  $f$  como:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \cong -1.8 \log \left[ \frac{6.9}{\text{Re}} + \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} \right]$$

# Flujo en Tuberías

## Flujo turbulento

A partir del diagrama de Moddy se pueden realizar las siguientes observaciones:

- Para flujo laminar, el factor de fricción disminuye con números de Reynolds crecientes, y es independiente de la rugosidad de la tubería.
- El factor de fricción es mínimo para una tubería lisa y aumenta con la rugosidad.
- A números de Reynolds muy grandes, las curvas del factor de fricción para una rugosidad relativa específica son casi horizontales (independientes del número de Reynolds)



# Flujo en Tuberías

## Flujo turbulento

Tipos de Problemas de flujo de fluidos

1. Determinar la **caída/perdida de presión** cuando se conocen longitud de la tubería, el diámetro de la tubería y velocidad o caudal (razón de flujo).
2. Determinar la **razón de flujo** cuando se conocen el diámetro de la tubería, la longitud de la tubería y la caída de presión (perdida de carga)
3. Determinar el **diámetro de la tubería** cuando se conocen la longitud de la tubería, la razón de flujo y la caída de presión

Los problemas de tipo 1 son directos y se pueden resolver por medio del diagrama de Moddy de manera directa, de manera iterativa utilizando la ecuación de Colebrook o de manera directa utilizando la ecuación de Haaland. En los problemas de tipo 2 y 3 es necesario un método iterativo para encontrar la solución.

# Flujo en Tuberías

## Flujo turbulento

Para evitar iteraciones en la pérdida de carga, razón de flujo y cálculo de diámetro, en 1976 Swamee y Jain propusieron las siguientes relaciones explícitas

$$h_L = 1.07 \frac{\dot{V}^2 L}{g D^5} \left\{ \ln \left[ \frac{\epsilon}{3.7 D} + 4.62 \left( \frac{\nu D}{\dot{V}} \right)^{0.9} \right] \right\}^{-2} \quad \begin{array}{l} 10^{-6} < \epsilon/D < 10^{-2} \\ 3000 < \text{Re} < 3 \times 10^8 \end{array}$$

$$\dot{V} = -0.965 \left( \frac{g D^5 h_L}{L} \right)^{0.5} \ln \left[ \frac{\epsilon}{3.7 D} + \left( \frac{3.17 \nu^2 L}{g D^3 h_L} \right)^{0.5} \right] \quad \text{Re} > 2000$$

$$D = 0.66 \left[ \epsilon^{1.25} \left( \frac{L \dot{V}^2}{g h_L} \right)^{4.75} + \nu \dot{V}^{9.4} \left( \frac{L}{g h_L} \right)^{5.2} \right]^{0.04} \quad \begin{array}{l} 10^{-6} < \epsilon/D < 10^{-2} \\ 5000 < \text{Re} < 3 \times 10^8 \end{array}$$

Acá usamos logaritmo natural

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 3

Se tiene agua a 60°F (62.3 lbm/ft<sup>3</sup> y 7.536\*10<sup>-4</sup> lbm/(ft\*s)) que fluye de manera estacionario en una tubería horizontal de 2 in de diámetro hecha de acero inoxidable, a una razón de 0.2ft<sup>3</sup>/s. Determine la caída de presión, la perdida de carga y la potencia de bombeo necesaria para mantener el flujo en un tramo de tubería de 200 ft de largo.

Es un problema tipo 1 porque se conocen la razón de flujo, la longitud de la tubería y el diámetro de la tubería. Primero se calcula la velocidad promedio y el número de Reynolds para determinar el régimen de flujo

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} = \frac{0.2 \text{ ft}^3/\text{s}}{\pi(2/12 \text{ ft})^2/4} = 9.17 \text{ ft/s}$$
$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(62.36 \text{ lbm/ft}^3)(9.17 \text{ ft/s})(2/12 \text{ ft})}{7.536 \times 10^{-4} \text{ lbm/ft} \cdot \text{s}} = 126,400$$

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 3

Se tiene agua a 60°F (62.3 lbm/ft<sup>3</sup> y 7.536\*10<sup>-4</sup> lbm/(ft\*s)) que fluye de manera estacionario en una tubería horizontal de 2 in de diámetro hecha de acero inoxidable, a una razón de 0.2ft<sup>3</sup>/s. Determine la caída de presión, la perdida de carga y la potencia de bombeo necesaria para mantener el flujo en un tramo de tubería de 200 ft de largo.

El número de Reynolds es mayor a 4000 por tanto el flujo es turbulento. La rugosidad relativa se calcula con base en la siguiente tabla

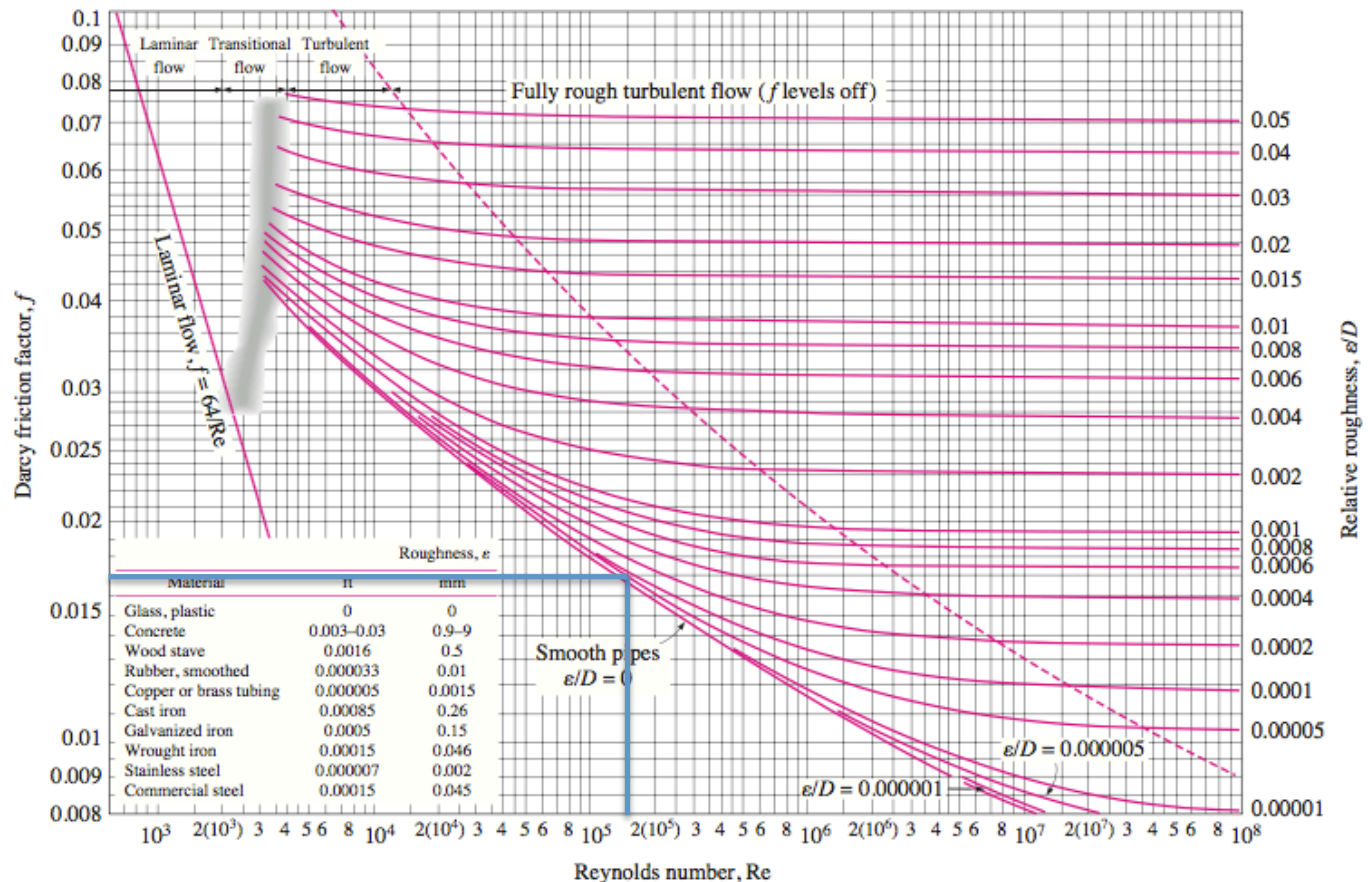
Material	Roughness, $\epsilon$	
	ft	mm
Glass, plastic	0 (smooth)	
Concrete	0.003–0.03	0.9–9
Wood stave	0.0016	0.5
Rubber, smoothed	0.000033	0.01
Copper or brass tubing	0.000005	0.0015
Cast iron	0.00085	0.26
Galvanized iron	0.0005	0.15
Wrought iron	0.00015	0.046
Stainless steel	0.000007	0.002
Commercial steel	0.00015	0.045

$$\epsilon/D = \frac{0.000007 \text{ ft}}{2/12 \text{ ft}} = 0.000042$$

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 3

El factor de fricción se determinara a partir de la ecuación de Diagrama de Moody



# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 3

Se tiene agua a 60°F (62.3 lbm/ft<sup>3</sup> y 7.536\*10<sup>-4</sup> lbm/(ft\*s)) que fluye de manera estacionario en una tubería horizontal de 2 in de diámetro hecha de acero inoxidable, a una razón de 0.2ft<sup>3</sup>/s. Determine la caída de presión, la perdida de carga y la potencia de bombeo necesaria para mantener el flujo en un tramo de tubería de 200 ft de largo.

El factor de fricción se determinara a partir de la ecuación de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left( \frac{0.000042}{3.7} + \frac{2.51}{126,400 \sqrt{f}} \right)$$

Solucionando la anterior ecuación se encuentra que  $f$  toma el valor de 0.0174

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 3

Se tiene agua a 60°F (62.3 lbm/ft<sup>3</sup> y 7.536\*10<sup>-4</sup> lbm/(ft\*s)) que fluye de manera estacionario en una tubería horizontal de 2 in de diámetro hecha de acero inoxidable, a una razón de 0.2ft<sup>3</sup>/s. Determine la caída de presión, la pérdida de carga y la potencia de bombeo necesaria para mantener el flujo en un tramo de tubería de 200 ft de largo.

Entonces, la caída/perdida de presión, la pérdida de carga y la potencia necesaria se vuelven

$$\Delta P = \Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho V^2}{2} = 0.0174 \frac{200 \text{ ft}}{2/12 \text{ ft}} \frac{(62.36 \text{ lbm/ft}^3)(9.17 \text{ ft/s})^2}{2} \left( \frac{1 \text{ lbf}}{32.2 \text{ lbm} \cdot \text{ft/s}^2} \right)$$
$$= \mathbf{1700 \text{ lbf/ft}^2} = \mathbf{11.8 \text{ psi}}$$

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0.0174 \frac{200 \text{ ft}}{2/12 \text{ ft}} \frac{(9.17 \text{ ft/s})^2}{2(32.2 \text{ ft/s}^2)} = \mathbf{27.3 \text{ ft}}$$

$$\dot{W}_{\text{pump}} = \dot{V} \Delta P = (0.2 \text{ ft}^3/\text{s})(1700 \text{ lbf/ft}^2) \left( \frac{1 \text{ W}}{0.737 \text{ lbf} \cdot \text{ft/s}} \right) = \mathbf{461 \text{ W}}$$

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 4

Se debe transportar aire caliente a 1 atm y 35°C en un ducto circular de 150 m de largo a una razón de 0.35 m³/s. Si la pérdida de carga en la tubería no debe superar 20 m, determine el diámetro del ducto

Las relaciones de velocidad promedio, número de Reynolds, factor de fricción y pérdida de carga se pueden expresar como

$$\begin{aligned} V &= \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} = \frac{0.35 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi D^2/4} \\ \text{Re} &= \frac{VD}{\nu} = \frac{VD}{1.655 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} \\ \frac{1}{\sqrt{f}} &= -2.0 \log\left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right) = -2.0 \log\left(\frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right) \\ h_L &= f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad \rightarrow \quad 20 = f \frac{150 \text{ m}}{D} \frac{V^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} \end{aligned}$$

Tenemos un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas (Velocidad promedio, diámetro de la tubería, factor de fricción y el número de Reynolds)



# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 4

Se debe transportar aire caliente a 1 atm y 35°C en un ducto circular de 150 m de largo a una razón de 0.35m<sup>3</sup>/s. Si la pérdida de carga en la tubería no debe superar 20 m, determine el diámetro del ducto

La rugosidad es casi cero para tubería plástica

Material	Roughness, $\epsilon$	
	ft	mm
Glass, plastic	0 (smooth)	
Concrete	0.003–0.03	0.9–9
Wood stave	0.0016	0.5
Rubber, smoothed	0.000033	0.01
Copper or brass tubing	0.000005	0.0015
Cast iron	0.00085	0.26
Galvanized iron	0.0005	0.15
Wrought iron	0.00015	0.046
Stainless steel	0.000007	0.002
Commercial steel	0.00015	0.045

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 4

Se debe transportar aire caliente a 1 atm y 35°C en un ducto circular de 150 m de largo a una razón de 0.35m<sup>3</sup>/s. Si la pérdida de carga en la tubería no debe superar 20 m, determine el diámetro del ducto

Resolviendo las cuatro ecuaciones con un programa de resolución de ecuaciones produce

$$D = 0.267 \text{ m}, \quad f = 0.0180, \quad V = 6.24 \text{ m/s}, \quad \text{and} \quad Re = 100,800$$

Como el número de Reynolds es mayor de 4000, el flujo dentro de la tubería es turbulento.

Ver archivo de Excel : pérdidas en tuberías. En el anterior archivo se muestra como resolver un sistema no lineal de 4 ecuaciones con 4 incógnitas.

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 4

Se debe transportar aire caliente a 1 atm y 35°C en un ducto circular de 150 m de largo a una razón de 0.35 m³/s. Si la pérdida de carga en la tubería no debe superar 20 m, determine el diámetro del ducto

El diámetro también se puede determinar directamente a partir de la tercera formula de Swamee-Jain como:

$$\begin{aligned} D &= 0.66 \left[ \epsilon^{1.25} \left( \frac{L \dot{V}^2}{gh_L} \right)^{4.75} + \nu \dot{V}^{9.4} \left( \frac{L}{gh_L} \right)^{5.2} \right]^{0.04} \\ &= 0.66 \left[ 0 + (1.655 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})(0.35 \text{ m}^3/\text{s})^{9.4} \left( \frac{150 \text{ m}}{(9.81 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m})} \right)^{5.2} \right]^{0.04} \\ &= \mathbf{0.271 \text{ m}} \end{aligned}$$

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 5

Reconsidere el ejemplo anterior. Ahora se duplica la longitud del ducto mientras que su diámetro se mantiene constante. Si la pérdida de carga total debe permanecer constante, determine la razón de flujo a través del ducto.

La velocidad promedio, el número de Reynolds, el factor de fricción y la pérdida de carga se puede expresar como:

$$\begin{aligned} V &= \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} \quad \rightarrow \quad V = \frac{\dot{V}}{\pi(0.267 \text{ m})^2/4} \\ \text{Re} &= \frac{VD}{\nu} \quad \rightarrow \quad \text{Re} = \frac{V(0.267 \text{ m})}{1.655 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} \\ \frac{1}{\sqrt{f}} &= -2.0 \log\left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right) \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right) \\ h_L &= f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad \rightarrow \quad 20 = f \frac{300 \text{ m}}{0.267 \text{ m}} \frac{V^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} \end{aligned}$$

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 5

Reconsidere el ejemplo anterior. Ahora se duplica la longitud del ducto mientras que su diámetro se mantiene constante. Si la pérdida de carga total debe permanecer constante, determine la razón de flujo a través del ducto.

Resolviendo el anterior sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas se obtiene:

$$\dot{V} = 0.24 \text{ m}^3/\text{s}, \quad f = 0.0195, \quad V = 4.23 \text{ m/s}, \quad \text{and} \quad \text{Re} = 68,300$$

Con respecto al ejemplo anterior el caudal disminuyó de 0.35 m<sup>3</sup>/s a 0.24m<sup>3</sup>/s y el número de Reynolds pasó de 100800 a 68300

# Flujo en Tuberías

## Ejemplo 5

Reconsidere el ejemplo anterior. Ahora se duplica la longitud del ducto mientras que su diámetro se mantiene constante. Si la pérdida de carga total debe permanecer constante, determine la razón de flujo a través del ducto.

El caudal también se puede obtener directamente a partir de la segunda formula de Swamee-Jain:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -0.965 \left( \frac{g D^5 h_L}{L} \right)^{0.5} \ln \left[ \frac{\epsilon}{3.7 D} + \left( \frac{3.17 v^2 L}{g D^3 h_L} \right)^{0.5} \right] \\ &= -0.965 \left( \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)(0.267 \text{ m})^5(20 \text{ m})}{300 \text{ m}} \right)^{0.5} \\ &\quad \times \ln \left[ 0 + \left( \frac{3.17(1.655 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2(300 \text{ m})}{(9.81 \text{ m/s}^2)(0.267 \text{ m})^3(20 \text{ m})} \right)^{0.5} \right] \\ &= 0.24 \text{ m}^3/\text{s}\end{aligned}$$

Note que el resultado de la relación de Swamee-Jain es el mismo (a dos cifras significativas) que el obtenido al resolver numéricamente las 4 ecuaciones con 4 incógnitas

# Flujo en Tuberías

## Perdidas menores

El fluido en un sistema de tuberías pasa a través de uniones, válvulas, codos, ramificaciones en forma de T, entre otros dispositivos. Dichos accesorios interrumpen el suave flujo del fluido y provocan pérdidas adicionales debido al fenómeno de separación y mezcla del flujo que producen.

Las anteriores pérdidas son menores en comparación con la pérdida de carga por fricción en los tubos (se llaman **pérdidas menores**)

Por lo general, las pérdidas menores se determinan de manera experimental

Las pérdidas menores se expresan en términos del coeficiente de pérdida  $K_L$ , que se define como:

# Flujo en Tuberías

## Perdidas menores

Las pérdidas menores se expresan en términos del coeficiente de pérdida  $K_L$ , que se define como:

$$K_L = \frac{h_L}{V^2/(2g)}$$

Donde  $h_L$  es la pérdida de carga irreversible adicional en el sistema de tuberías provocado por la inserción del accesorio

$K_L$  depende de la geometría del accesorio y del número de Reynolds (Usualmente se supone que es independiente del número de Reynolds)

Cuando ya se conocen los coeficientes de pérdida, la pérdida total en un sistema de tuberías se determina así

$$\begin{aligned} h_{L, \text{total}} &= h_{L, \text{major}} + h_{L, \text{minor}} \\ &= \sum_i f_i \frac{L_i}{D_i} \frac{V_i^2}{2g} + \sum_j K_{L,j} \frac{V_j^2}{2g} \end{aligned}$$



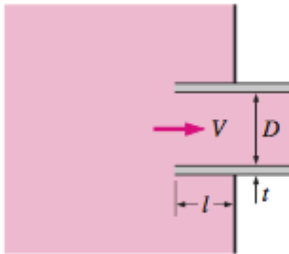
# Flujo en Tuberías

## Perdidas menores

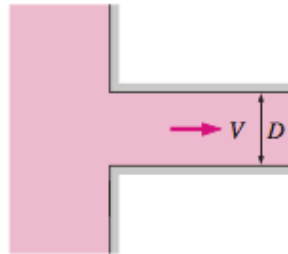
A continuación se proporcionan los coeficientes de pérdida representativos  $K_L$  para entradas, salidas, codos, cambios de área repentinos y graduales, y válvulas

### Pipe Inlet

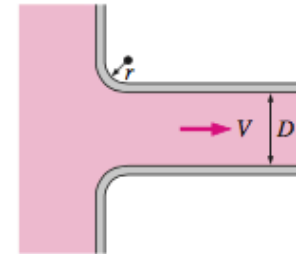
Reentrant:  $K_L = 0.80$   
( $t \ll D$  and  $l \approx 0.1D$ )



Sharp-edged:  $K_L = 0.50$

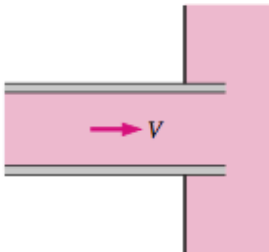


Well-rounded ( $r/D > 0.2$ ):  $K_L = 0.03$   
Slightly rounded ( $r/D = 0.1$ ):  $K_L = 0.12$   
(see Fig. 8-36)

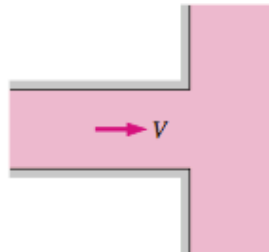


### Pipe Exit

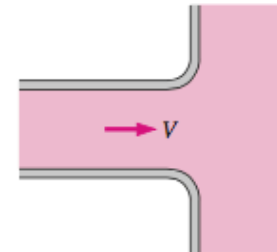
Reentrant:  $K_L = \alpha$



Sharp-edged:  $K_L = \alpha$



Rounded:  $K_L = \alpha$



Note: The kinetic energy correction factor is  $\alpha = 2$  for fully developed laminar flow, and  $\alpha \approx 1$  for fully developed turbulent flow.

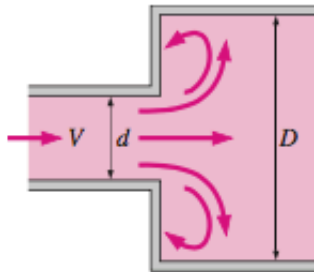
# Flujo en Tuberías

## Perdidas menores

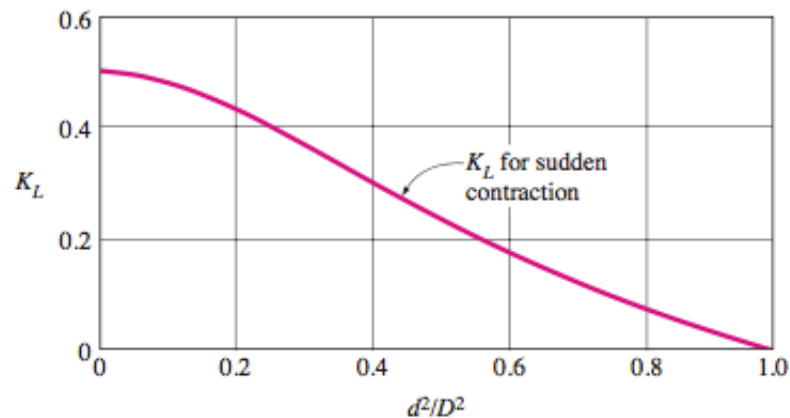
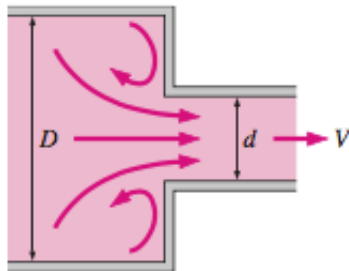
A continuación se proporcionan los coeficientes de pérdida representativos  $K_L$  para entradas, salidas, codos, cambios de área repentinos y graduales, y válvulas

*Sudden Expansion and Contraction (based on the velocity in the smaller-diameter pipe)*

Sudden expansion:  $K_L = \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2$



Sudden contraction: See chart.



# Flujo en Tuberías

## Perdidas menores

A continuación se proporcionan los coeficientes de pérdida representativos  $K_L$  para entradas, salidas, codos, cambios de área repentinos y graduales, y válvulas

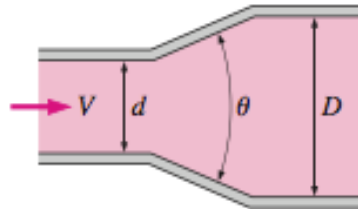
*Gradual Expansion and Contraction (based on the velocity in the smaller-diameter pipe)*

*Expansion:*

$$K_L = 0.02 \text{ for } \theta = 20^\circ$$

$$K_L = 0.04 \text{ for } \theta = 45^\circ$$

$$K_L = 0.07 \text{ for } \theta = 60^\circ$$



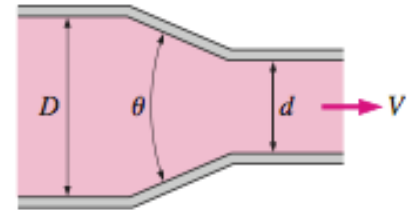
*Contraction (for  $\theta = 20^\circ$ ):*

$$K_L = 0.30 \text{ for } d/D = 0.2$$

$$K_L = 0.25 \text{ for } d/D = 0.4$$

$$K_L = 0.15 \text{ for } d/D = 0.6$$

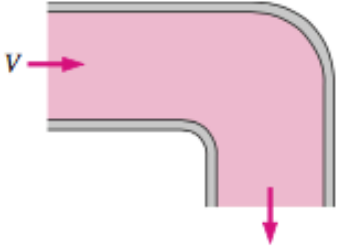
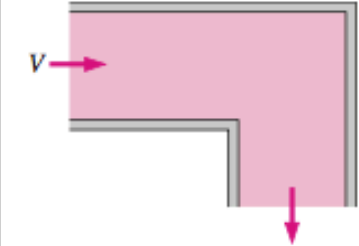
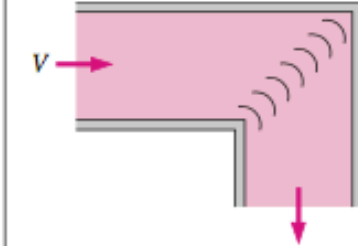
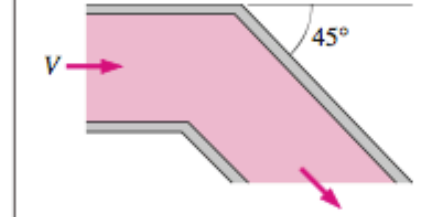
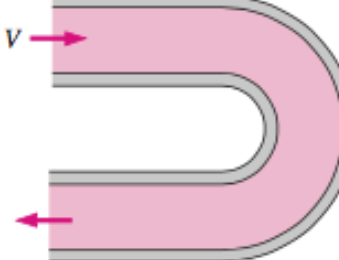
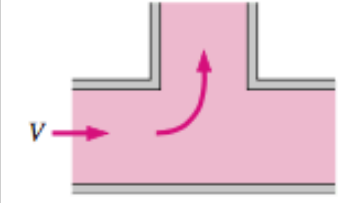
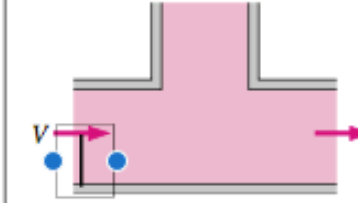
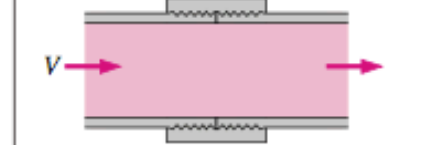
$$K_L = 0.10 \text{ for } d/D = 0.8$$



# Flujo en Tuberías

## Perdidas menores

A continuación se proporcionan los coeficientes de pérdida representativos  $K_L$  para entradas, salidas, codos, cambios de área repentinos y graduales, y válvulas

<p><i>Bends and Branches</i>  <i>90° smooth bend:</i>            Flanged: <math>K_L = 0.3</math>            Threaded: <math>K_L = 0.9</math></p> 	<p><i>90° miter bend (without vanes):</i> <math>K_L = 1.1</math></p> 	<p><i>90° miter bend (with vanes):</i> <math>K_L = 0.2</math></p> 	<p><i>45° threaded elbow:</i>  <math>K_L = 0.4</math></p> 
<p><i>180° return bend:</i>            Flanged: <math>K_L = 0.2</math>            Threaded: <math>K_L = 1.5</math></p> 	<p><i>Tee (branch flow):</i>            Flanged: <math>K_L = 1.0</math>            Threaded: <math>K_L = 2.0</math></p> 	<p><i>Tee (line flow):</i>            Flanged: <math>K_L = 0.2</math>            Threaded: <math>K_L = 0.9</math></p> 	<p><i>Threaded union:</i>  <math>K_L = 0.08</math></p> 

# Perdidas menores

## Ejemplo 1

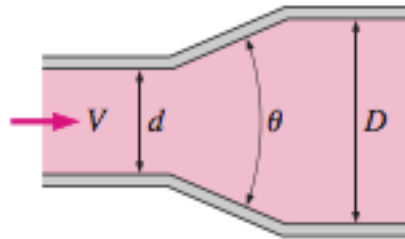
Una tubería horizontal de agua de 6 cm de diámetro se ensancha gradualmente a una tubería de 9 cm de diámetro. Las paredes de la sección de ensanchamiento tienen un ángulo de  $30^\circ$  desde la horizontal. La velocidad y presión promedio antes de la sección de ensanchamiento son 7 m/s y 150 kPa, respectivamente. Determine la pérdida de carga en la sección de ensanchamiento y la presión en la tubería de diámetro más grande

*Expansion:*

$$K_L = 0.02 \text{ for } \theta = 20^\circ$$

$$K_L = 0.04 \text{ for } \theta = 45^\circ$$

$$K_L = 0.07 \text{ for } \theta = 60^\circ$$



$$K_L = 0.07$$

# Perdidas menores

## Ejemplo 1

Una tubería horizontal de agua de 6 cm de diámetro se ensancha gradualmente a una tubería de 9 cm de diámetro. Las paredes de la sección de ensanchamiento tienen un ángulo de 30° desde la horizontal. La velocidad y presión promedio antes de la sección de ensanchamiento son 7m/s y 150kPa, respectivamente. Determine la pérdida de carga en la sección de ensanchamiento y la presión en la tubería de diámetro más grande

La velocidad corriente abajo del agua se determina a partir de la conservación de la masa como:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \rightarrow \rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 \rightarrow V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1 = \frac{D_1^2}{D_2^2} V_1$$
$$V_2 = \frac{(0.06 \text{ m})^2}{(0.09 \text{ m})^2} (7 \text{ m/s}) = 3.11 \text{ m/s}$$

# Perdidas menores

## Ejemplo 1

Una tubería horizontal de agua de 6 cm de diámetro se ensancha gradualmente a una tubería de 9 cm de diámetro. Las paredes de la sección de ensanchamiento tienen un ángulo de 30° desde la horizontal. La velocidad y presión promedio antes de la sección de ensanchamiento son 7m/s y 150kPa, respectivamente. Determine la pérdida de carga en la sección de ensanchamiento y la presión en la tubería de diámetro más grande

Por tanto, la pérdida de carga irreversible en la sección de ensanchamiento se vuelve

$$h_L = K_L \frac{V_1^2}{2g} = (0.07) \frac{(7 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = \mathbf{0.175 \text{ m}}$$

# Perdidas menores

## Ejemplo 1

Una tubería horizontal de agua de 6 cm de diámetro se ensancha gradualmente a una tubería de 9 cm de diámetro. Las paredes de la sección de ensanchamiento tienen un ángulo de 30° desde la horizontal. La velocidad y presión promedio antes de la sección de ensanchamiento son 7m/s y 150kPa, respectivamente. Determine la pérdida de carga en la sección de ensanchamiento y la presión en la tubería de diámetro más grande

La ecuación de energía para la sección de ensanchamiento se puede expresar en términos de cargas como:

$$\begin{aligned} \frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \cancel{z_1} + h_{\text{pump},u}^0 &= \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \cancel{z_2} + h_{\text{turbine},e}^0 + h_L \\ \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} &= \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_L \end{aligned}$$



# Perdidas menores

## Ejemplo 1

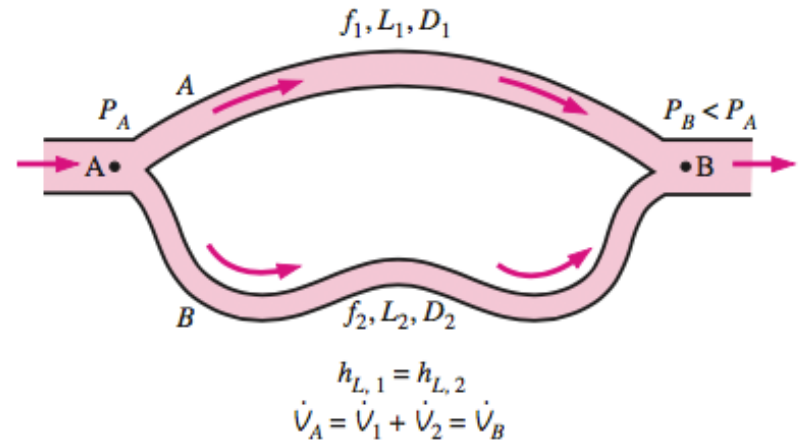
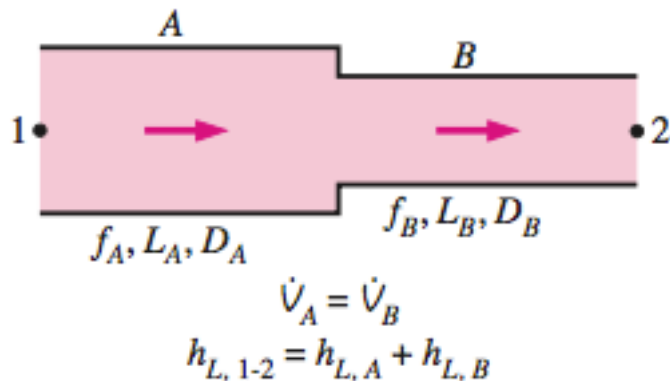
Una tubería horizontal de agua de 6 cm de diámetro se ensancha gradualmente a una tubería de 9 cm de diámetro. Las paredes de la sección de ensanchamiento tienen un ángulo de 30° desde la horizontal. La velocidad y presión promedio antes de la sección de ensanchamiento son 7m/s y 150kPa, respectivamente. Determine la pérdida de carga en la sección de ensanchamiento y la presión en la tubería de diámetro más grande

Resolviendo para  $P_2$  y sustituyendo

$$\begin{aligned} P_2 &= P_1 + \rho \left\{ \frac{\alpha_1 V_1^2 - \alpha_2 V_2^2}{2} - gh_L \right\} = (150 \text{ kPa}) + (1000 \text{ kg/m}^3) \\ &\times \left\{ \frac{1.06(7 \text{ m/s})^2 - 1.06(3.11 \text{ m/s})^2}{2} - (9.81 \text{ m/s}^2)(0.175 \text{ m}) \right\} \\ &\times \left( \frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left( \frac{1 \text{ kPa}}{1 \text{ kN/m}^2} \right) \\ &= \mathbf{169 \text{ kPa}} \end{aligned}$$

# Redes de tuberías

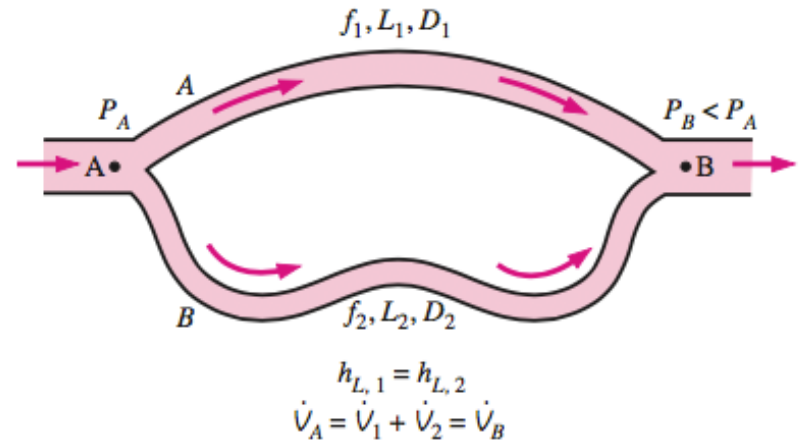
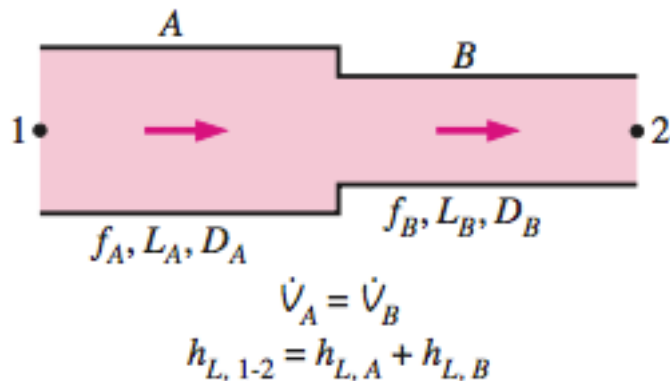
La mayoría de los sistemas de tuberías que se encuentran en la práctica incluyen numerosas conexiones en paralelo y en serie.



En las tuberías en serie, la razón de flujo a través de todo el sistema permanece constante sin importar los diámetros de las tuberías individuales del sistema. La pérdida de carga total es igual a la suma de las pérdidas de carga en las tuberías individuales del sistema.

# Redes de tuberías

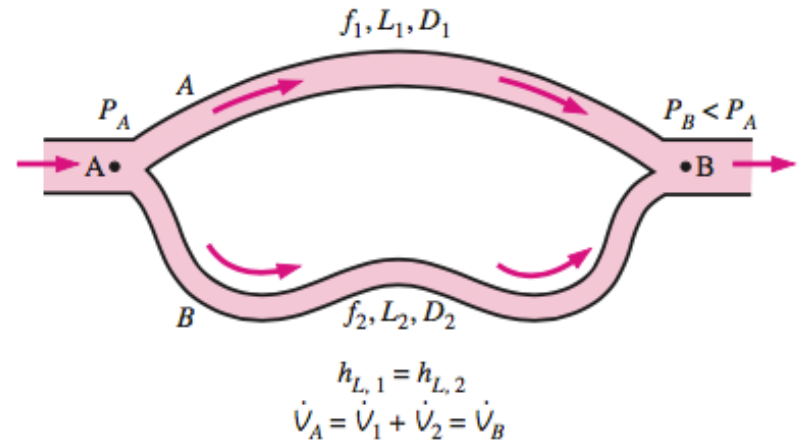
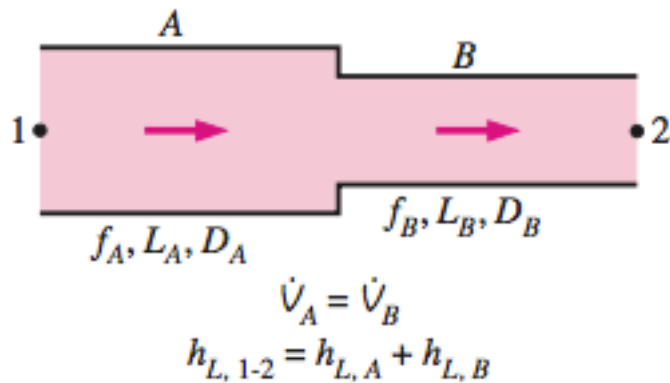
La mayoría de los sistemas de tuberías que se encuentran en la práctica incluyen numerosas conexiones en paralelo y en serie.



Para una tubería que se ramifica en dos (o más) tuberías paralelas, la razón de flujo total es la suma de las razones de flujo en las tuberías individuales. La caída de presión (perdida de carga) en cada tubería individual debe ser la misma.

# Redes de tuberías

La mayoría de los sistemas de tuberías que se encuentran en la práctica incluyen numerosas conexiones en paralelo y en serie.

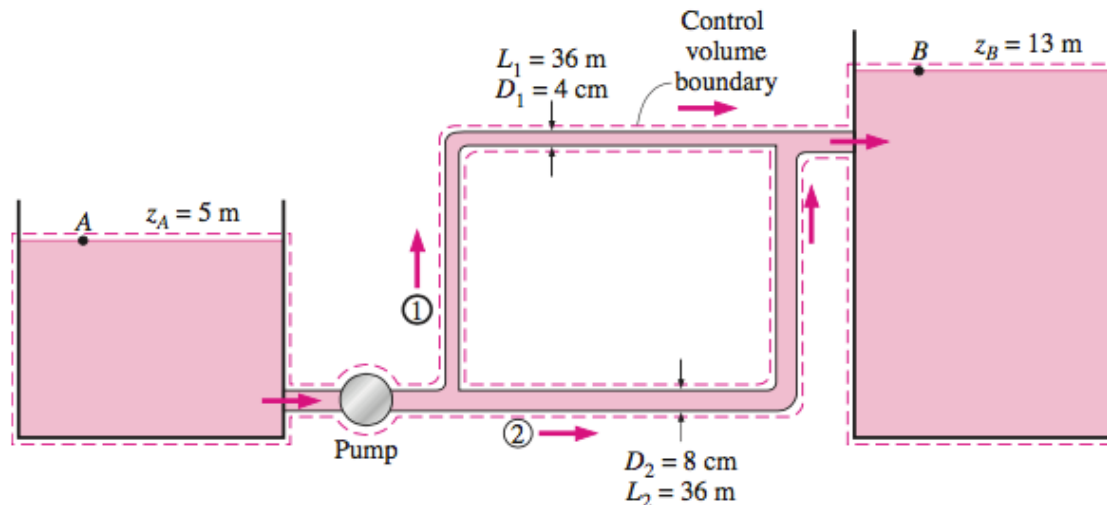


$$h_{L, 1} = h_{L, 2} \quad \rightarrow \quad f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g}$$

# Redes de tuberías

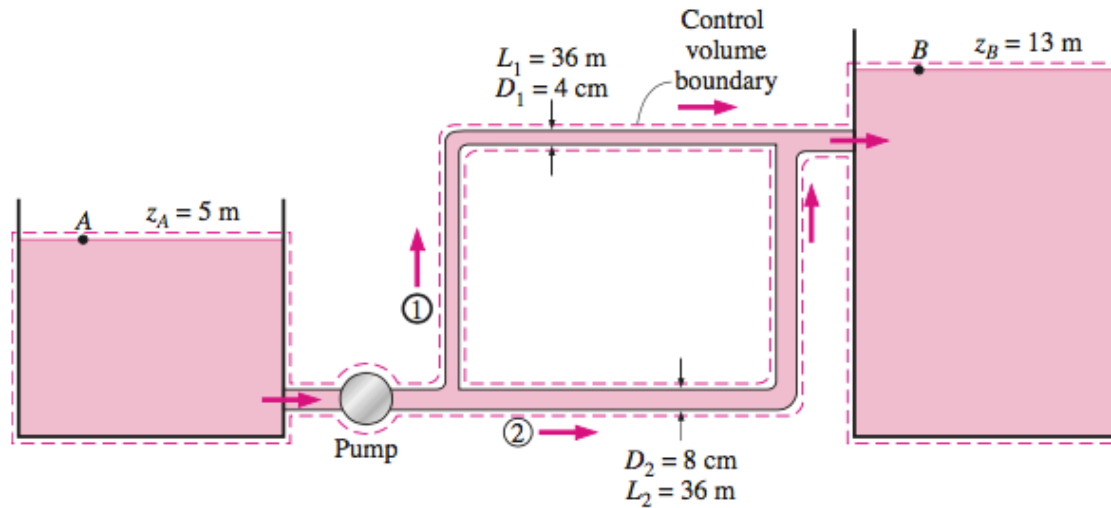
## Ejemplo 1

Se desea bombear agua a  $20^{\circ}\text{C}$  desde un depósito ( $z_A = 5\text{m}$ ) a otro depósito a una elevación mayor ( $z_B = 13\text{m}$ ) a través de dos tuberías de  $36\text{m}$  de largo conectadas en paralelo, como se muestra en la figura. Las tuberías son de acero comercial, y los diámetros de las tuberías son  $4$  y  $8$  cm. El agua se bombeará mediante un acoplamiento bomba-motor con una eficiencia del  $70\%$  que extrae  $8\text{kW}$  de potencia eléctrica durante la operación. Las pérdidas menores se consideran despreciables. Determine la razón de flujo total entre los depósitos y la razón de flujo a través de cada una de las tuberías paralelas.



# Redes de tuberías

## Ejemplo 1

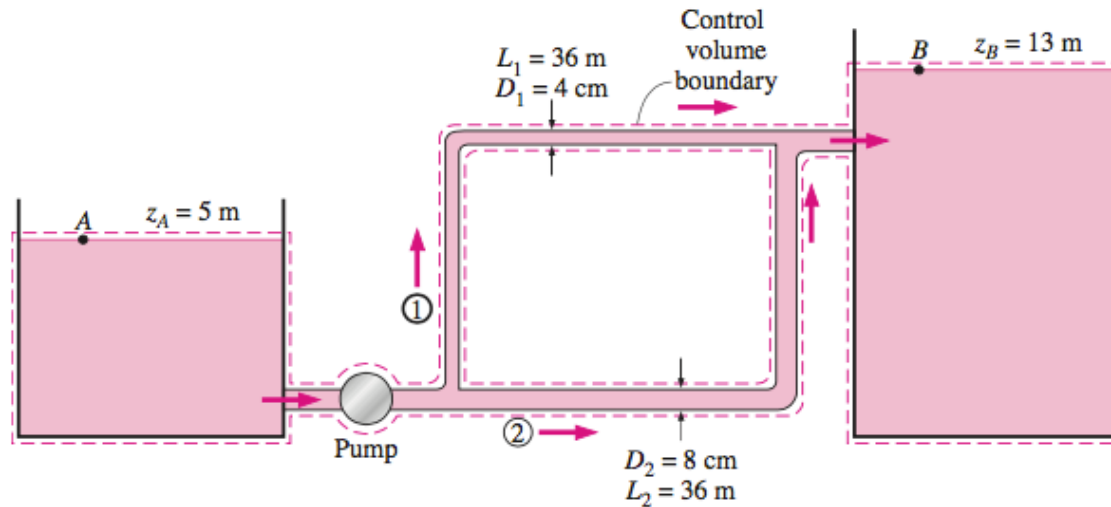


La carga útil suministrada por la bomba al fluido se determina a partir de:

$$\dot{W}_{\text{elect}} = \frac{\rho \dot{V} g h_{\text{pump}, u}}{\eta_{\text{pump} - \text{motor}}} \rightarrow 8000 \text{ W} = \frac{(998 \text{ kg/m}^3) \dot{V} (9.81 \text{ m/s}^2) h_{\text{pump}, u}}{0.70}$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 1



La ecuación de energía entre los puntos A y B queda:

$$\frac{P_A}{\rho g} + \alpha_A \frac{V_A^2}{2g} + z_A + h_{\text{pump}, u} = \frac{P_B}{\rho g} + \alpha_B \frac{V_B^2}{2g} + z_B + h_L \rightarrow h_{\text{pump}, u} = (z_B - z_A) + h_L$$

Ó

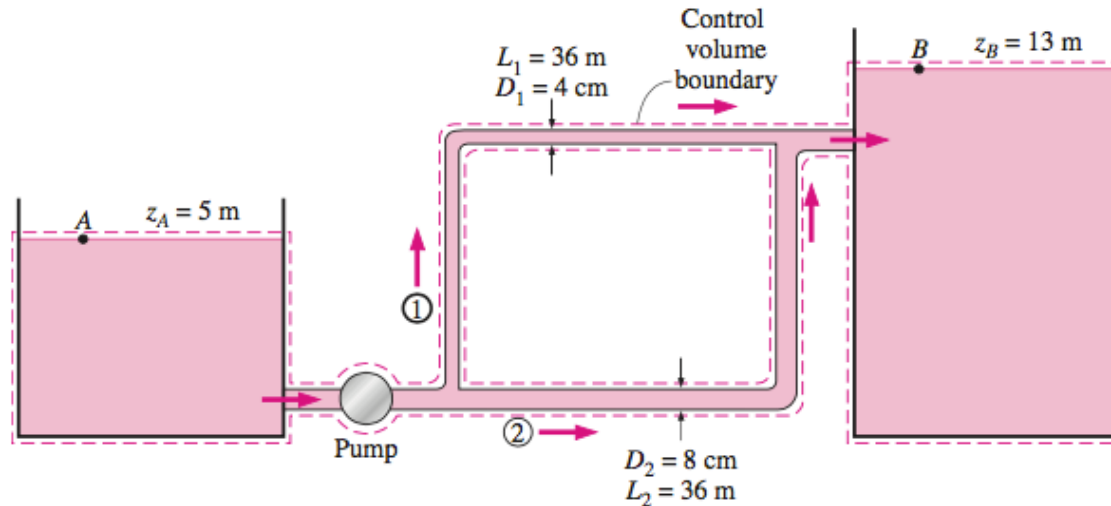
$$h_{\text{pump}, u} = (13 - 5) + h_L$$

Donde

$$h_L = h_{L,1} = h_{L,2}$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 1



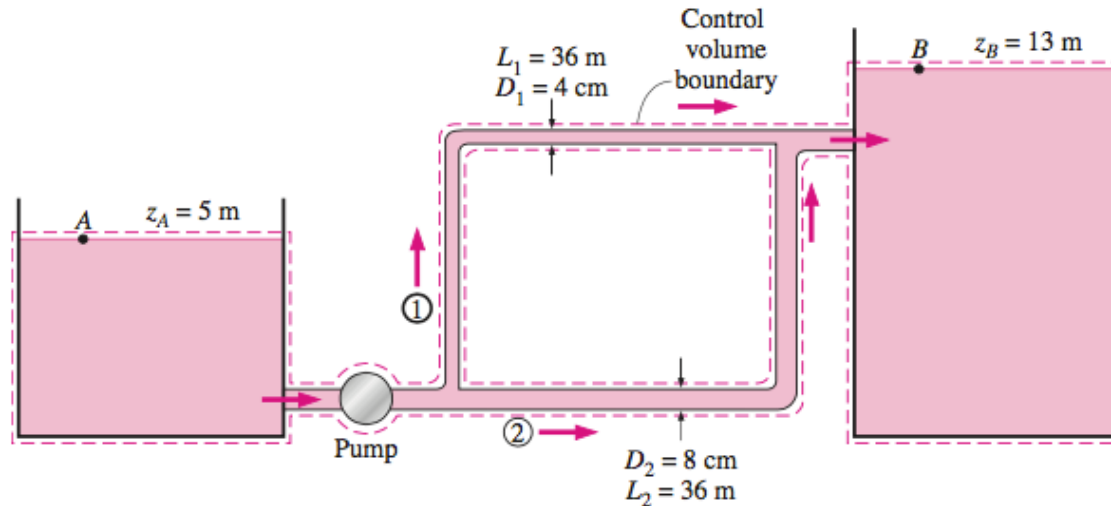
La velocidad promedio, el número de Reynolds, el factor de fricción y la pérdida de carga en cada tubería se expresan:

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{\dot{V}_1}{A_{c,1}} = \frac{\dot{V}_1}{\pi D_1^2/4} \rightarrow V_1 = \frac{\dot{V}_1}{\pi (0.04 \text{ m})^2/4} \\
 V_2 &= \frac{\dot{V}_2}{A_{c,2}} = \frac{\dot{V}_2}{\pi D_2^2/4} \rightarrow V_2 = \frac{\dot{V}_2}{\pi (0.08 \text{ m})^2/4} \\
 \text{Re}_1 &= \frac{\rho V_1 D_1}{\mu} \rightarrow \text{Re}_1 = \frac{(998 \text{ kg/m}^3) V_1 (0.04 \text{ m})}{1.002 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}} \\
 \text{Re}_2 &= \frac{\rho V_2 D_2}{\mu} \rightarrow \text{Re}_2 = \frac{(998 \text{ kg/m}^3) V_2 (0.08 \text{ m})}{1.002 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}} \\
 \frac{1}{\sqrt{f_1}} &= -2.0 \log \left( \frac{e/D_1}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}_1 \sqrt{f_1}} \right) \\
 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f_1}} &= -2.0 \log \left( \frac{0.000045}{3.7 \times 0.04} + \frac{2.51}{\text{Re}_1 \sqrt{f_1}} \right)
 \end{aligned}$$



# Redes de tuberías

## Ejemplo 1



La velocidad promedio, el número de Reynolds, el factor de fricción y la pérdida de carga en cada tubería se expresan:

$$\frac{1}{\sqrt{f_2}} = -2.0 \log \left( \frac{\epsilon/D_2}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}_2 \sqrt{f_2}} \right)$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{f_2}} = -2.0 \log \left( \frac{0.000045}{3.7 \times 0.08} + \frac{2.51}{\text{Re}_2 \sqrt{f_2}} \right)$$

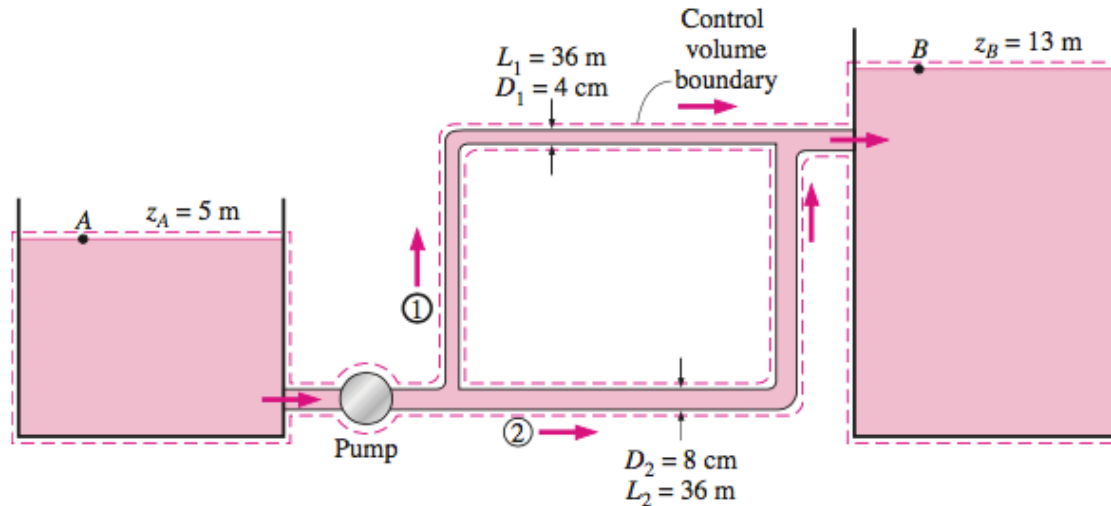
$$h_{L,1} = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} \rightarrow h_{L,1} = f_1 \frac{36 \text{ m}}{0.04 \text{ m}} \frac{V_1^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)}$$

$$h_{L,2} = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} \rightarrow h_{L,2} = f_2 \frac{36 \text{ m}}{0.08 \text{ m}} \frac{V_2^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)}$$

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 1



Se llega entonces a un sistema de 13 ecuaciones con 13 incógnitas, y su solución con un paquete de resolución de ecuaciones produce

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{0.0300 \, m^3/s}, & \dot{V}_1 &= \mathbf{0.00415 \, m^3/s}, & \dot{V}_2 &= \mathbf{0.0259 \, m^3/s} \\ V_1 &= 3.30 \, \text{m/s}, & V_2 &= 5.15 \, \text{m/s}, & h_L &= h_{L,1} = h_{L,2} = 11.1 \, \text{m}, & h_{\text{pump}} &= 19.1 \, \text{m} \\ \text{Re}_1 &= 131,600, & \text{Re}_2 &= 410,000, & f_1 &= 0.0221, & f_2 &= 0.0182 \end{aligned}$$

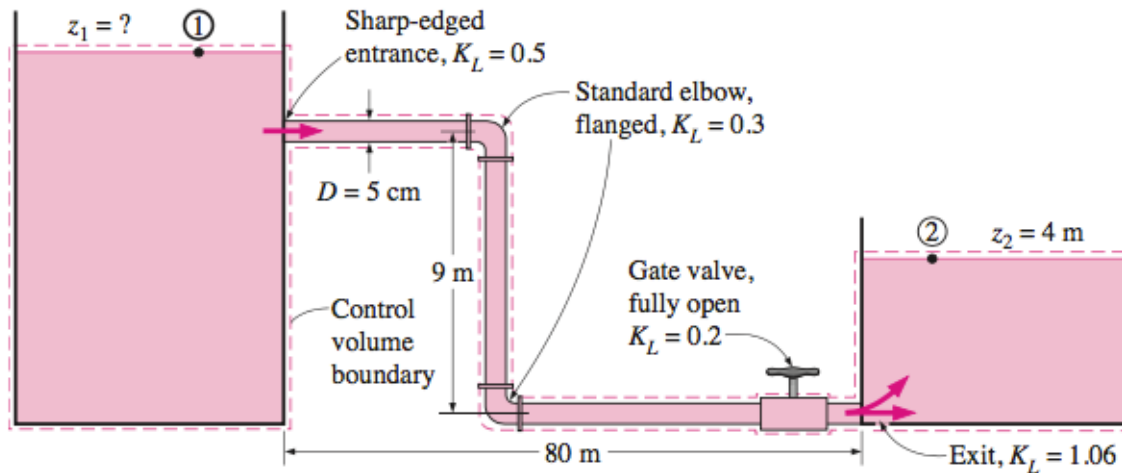
Solo el 14% de agua fluye a través de la primera tubería.

Si las pérdidas de carga fueran despreciables, la razón de flujo se volvería  $0.0715 \, \text{m}^3/\text{s}$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 2

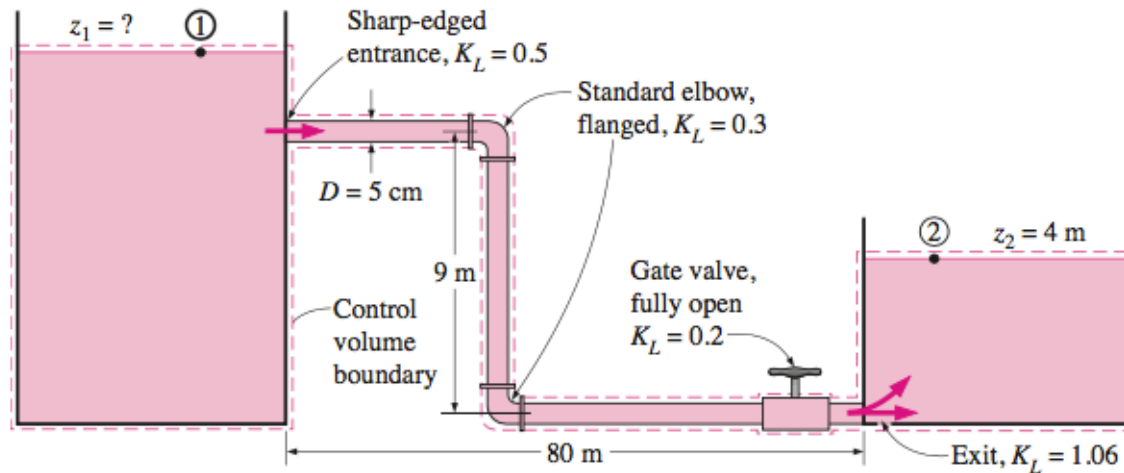
Se tiene agua a  $10^{\circ}\text{C}$  que fluye de un depósito grande a uno más pequeño a través de un sistema de tuberías de hierro fundido de 5 cm de diámetro, como se muestra en la figura 8-48. Determine la elevación  $z_1$  para una razón de flujo de  $6\text{ L/s}$ .



# Redes de tuberías

## Ejemplo 2

Se tiene agua a 10°C que fluye de un depósito grande a uno más pequeño a través de un sistema de tuberías de hierro fundido de 5 cm de diámetro, como se muestra en la figura 8-48. Determine la elevación  $z_1$  para una razón de flujo de 6 L/s.



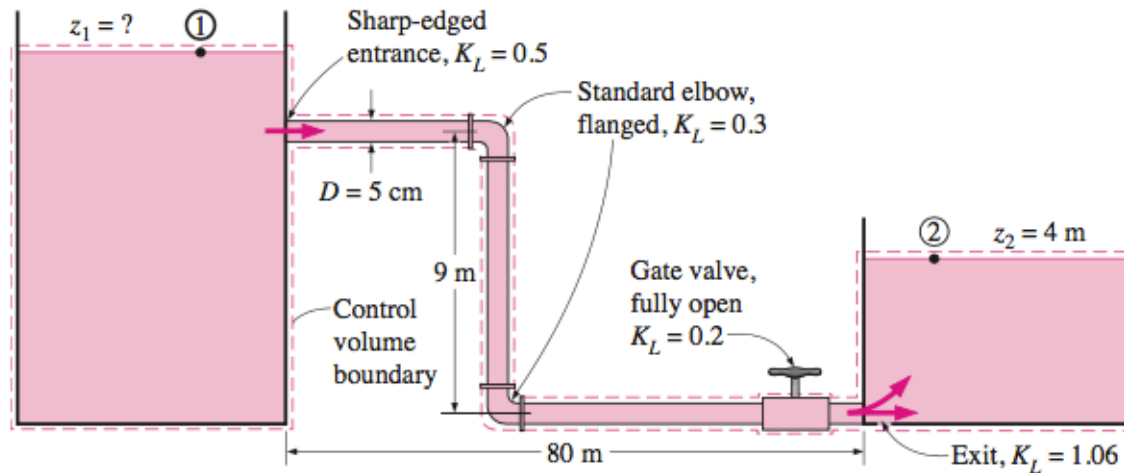
La ecuación de energía entre los puntos 1 y 2 queda:

$$\frac{\cancel{P_1}}{\cancel{\rho}g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{\cancel{P_2}}{\cancel{\rho}g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L \rightarrow z_1 = z_2 + h_L$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 2

Se tiene agua a 10°C que fluye de un depósito grande a uno más pequeño a través de un sistema de tuberías de hierro fundido de 5 cm de diámetro, como se muestra en la figura 8-48. Determine la elevación  $z_1$  para una razón de flujo de 6 L/s.



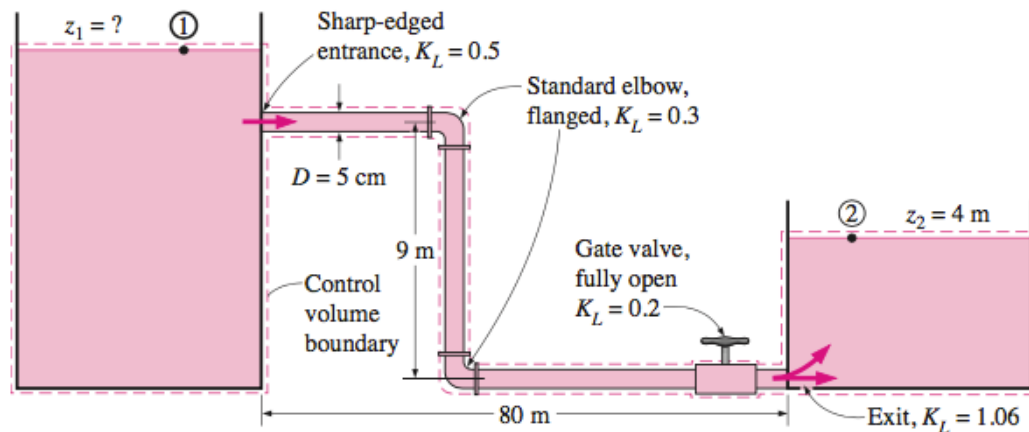
La pérdida de carga en el sistema de tuberías se puede escribir como:

$$h_L = h_{L, \text{total}} = h_{L, \text{major}} + h_{L, \text{minor}} = \left( f \frac{L}{D} + \sum K_L \right) \frac{V^2}{2g}$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 2

Se tiene agua a 10°C que fluye de un depósito grande a uno más pequeño a través de un sistema de tuberías de hierro fundido de 5 cm de diámetro, como se muestra en la figura 8-48. Determine la elevación  $z_1$  para una razón de flujo de 6L/s.



La velocidad promedio en la tubería y el número de Reynolds son:

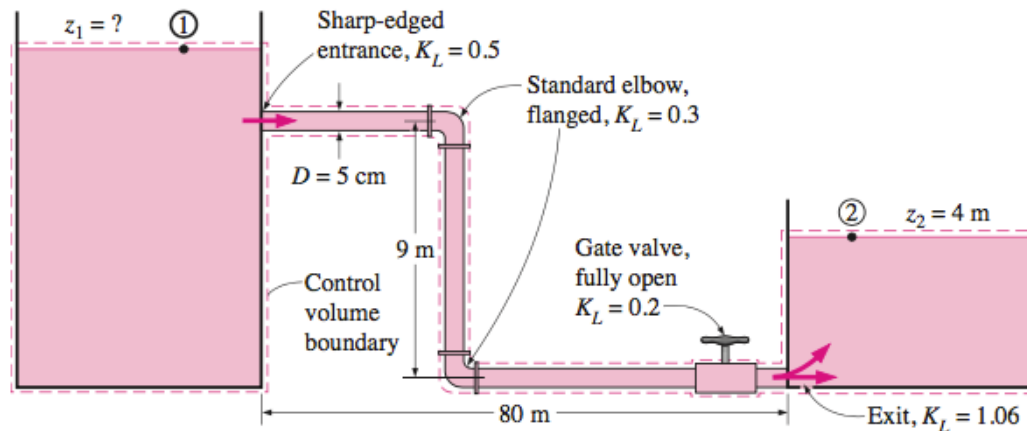
$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} = \frac{0.006 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi(0.05 \text{ m})^2/4} = 3.06 \text{ m/s}$$
$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(999.7 \text{ kg/m}^3)(3.06 \text{ m/s})(0.05 \text{ m})}{1.307 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}} = 117,000$$

El flujo es turbulento, porque Reynolds es mayor a 4000

# Redes de tuberías

## Ejemplo 2

Se tiene agua a 10°C que fluye de un depósito grande a uno más pequeño a través de un sistema de tuberías de hierro fundido de 5 cm de diámetro, como se muestra en la figura 8-48. Determine la elevación  $z_1$  para una razón de flujo de 6 L/s.



El factor de fricción se puede determinar a partir de la ecuación de Colebrook (o el diagrama de Moody)

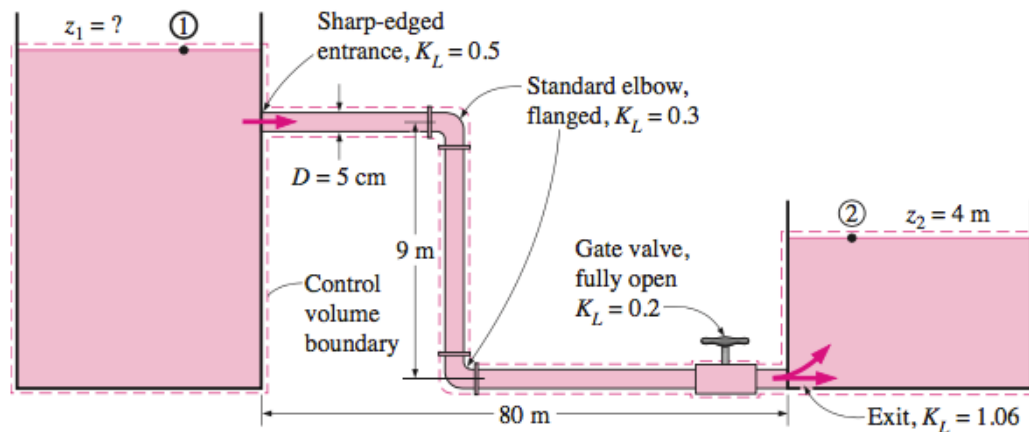
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left( \frac{0.0052}{3.7} + \frac{2.51}{117,000 \sqrt{f}} \right)$$

Se obtiene un valor de  $f$  de 0.0315

# Redes de tuberías

## Ejemplo 2

Se tiene agua a 10°C que fluye de un depósito grande a uno más pequeño a través de un sistema de tuberías de hierro fundido de 5 cm de diámetro, como se muestra en la figura 8-48. Determine la elevación  $z_1$  para una razón de flujo de 6 L/s.



La suma de los coeficientes de pérdida es:

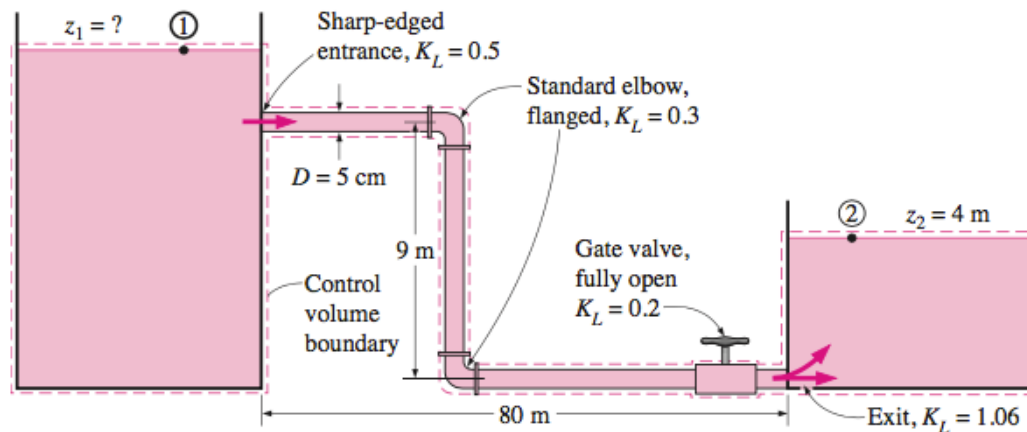
$$\begin{aligned}\sum K_L &= K_{L, \text{entrance}} + 2K_{L, \text{elbow}} + K_{L, \text{valve}} + K_{L, \text{exit}} \\ &= 0.5 + 2 \times 0.3 + 0.2 + 1.06 = 2.36\end{aligned}$$



# Redes de tuberías

## Ejemplo 2

Se tiene agua a 10°C que fluye de un deposito grande a uno más pequeño a través de un sistema de tuberías de hierro fundido de 5 cm de diámetro, como se muestra en la figura 8-48. Determine la elevación  $z_1$  para una razón de flujo de 6L/s.



Entonces, la pérdida de carga total y la elevación del deposito fuente se convierten en:

$$h_L = \left( f \frac{L}{D} + \sum K_L \right) \frac{V^2}{2g} = \left( 0.0315 \frac{89 \text{ m}}{0.05 \text{ m}} + 2.36 \right) \frac{(3.06 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 27.9 \text{ m}$$

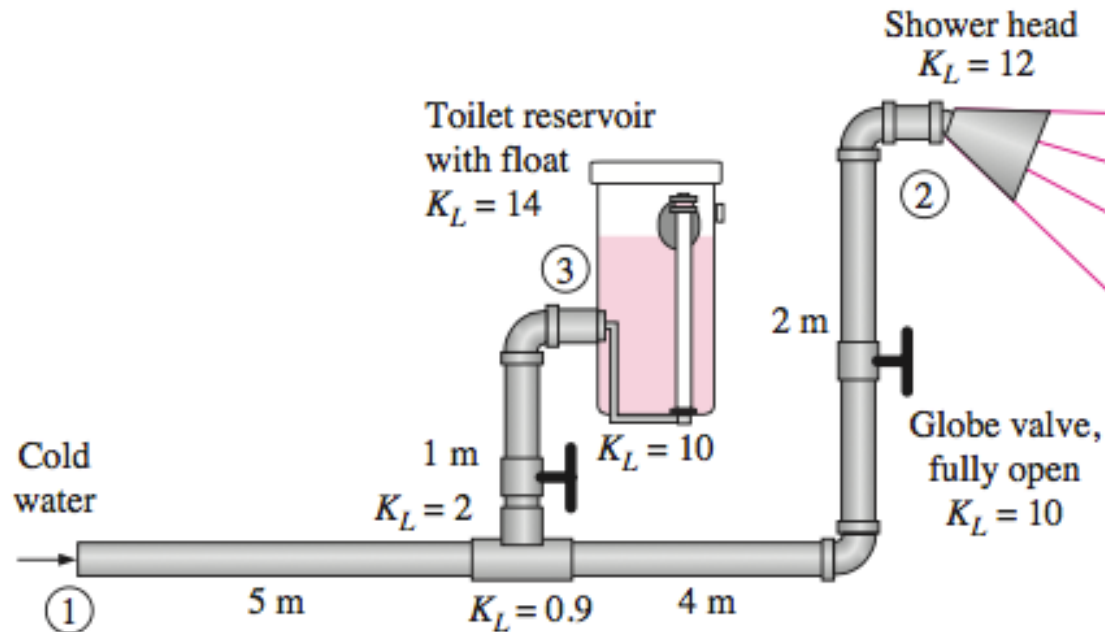
$$z_1 = z_2 + h_L = 4 + 27.9 = \mathbf{31.9 \text{ m}}$$

El deposito 1 debe estar a 31.9 m sobre el nivel del suelo para garantizar el flujo de agua entre los dos depósitos a una razón de 0.006m³/s

# Redes de tuberías

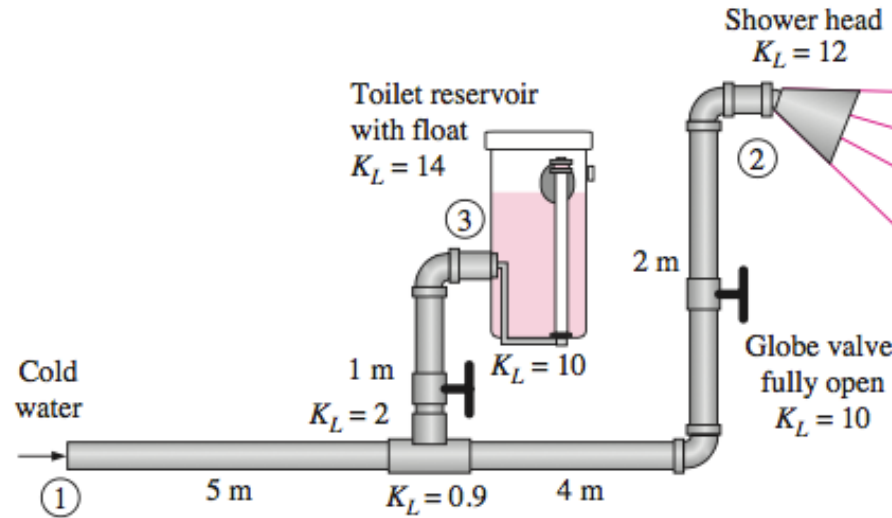
## Ejemplo 3

Las tuberías de un baño de un edificio se conforman por tuberías de cobre de 1.5 cm de diámetro con conectores roscados como se muestra en la figura. a) Si la presión manométrica en la entrada del sistema es de 200kPa durante una ducha y el deposito del sanitario esta lleno (no hay flujo en ese ramal), determine la razón de flujo de agua a través de la regadera de la ducha. b) Determine el efecto del vaciado del sanitario sobre la razón de flujo a través de la regadera de la ducha.



# Redes de tuberías

## Ejemplo 3



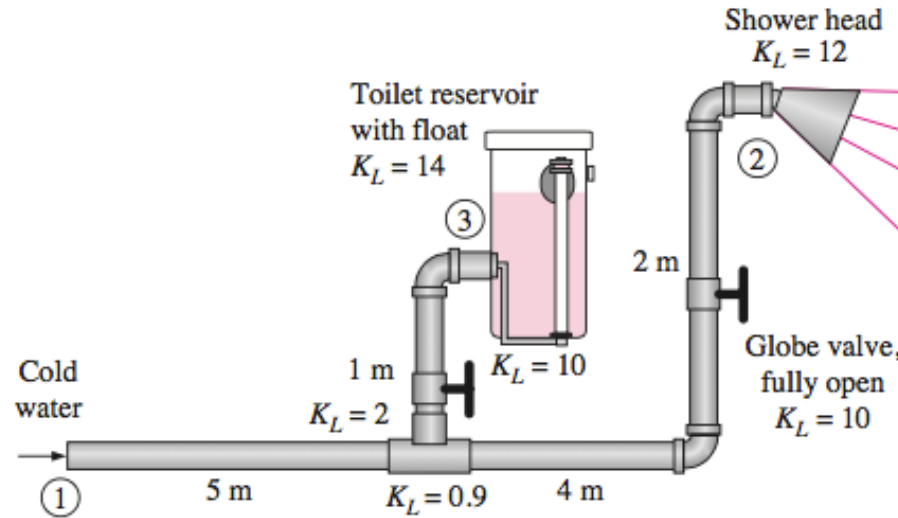
La ecuación de energía para un volumen de control entre los puntos 1 y 2 esta dada por:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pump},u} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{turbine},e} + h_L$$

$$\rightarrow \frac{P_{1,\text{gage}}}{\rho g} = (z_2 - z_1) + h_L$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 3



Despejando la pérdida de carga, y remplazando se obtiene:

$$h_L = \frac{200,000 \text{ N/m}^2}{(998 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} - 2 \text{ m} = 18.4 \text{ m}$$

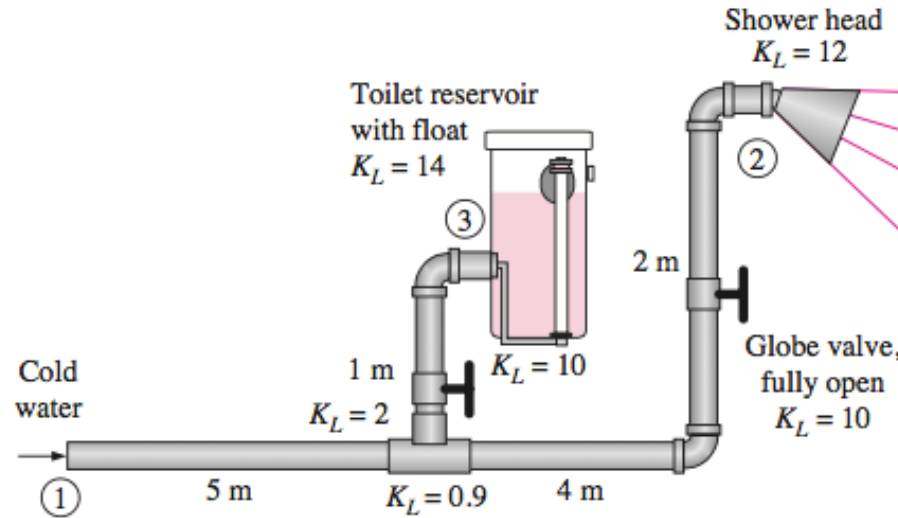
Además la pérdida de carga se puede escribir como:

$$h_L = \left( f \frac{L}{D} + \sum K_L \right) \frac{V^2}{2g}$$

Donde la sumatoria de  $K_L$  toma un valor de 24.7 (Una conexión en T, Dos codos, una válvula de globo y una regadera)

# Redes de tuberías

## Ejemplo 3

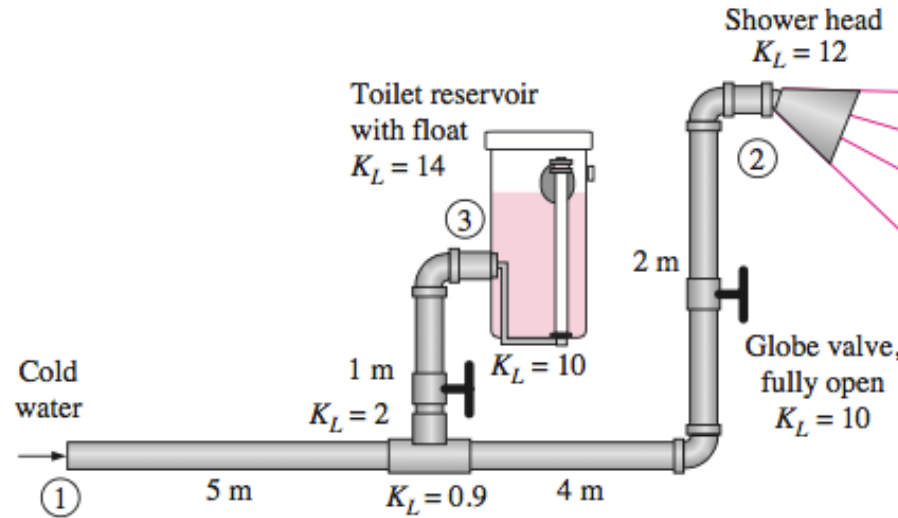


Remplazando valores, nos queda una ecuación en términos de  $f$  y  $V$ .

$$18.4 = \left( f \frac{11 \text{ m}}{0.015 \text{ m}} + 24.7 \right) \frac{V^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)}$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 3



La velocidad promedio en la tubería, el número de Reynolds y el factor de fricción son.

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} \rightarrow V = \frac{\dot{V}}{\pi (0.015 \text{ m})^2/4}$$

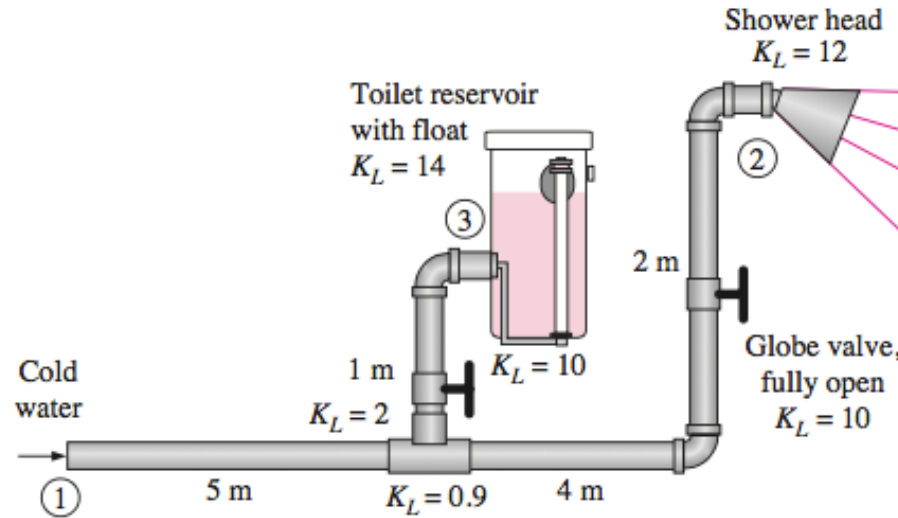
$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} \rightarrow \text{Re} = \frac{V(0.015 \text{ m})}{1.004 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right)$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left( \frac{1.5 \times 10^{-6} \text{ m}}{3.7(0.015 \text{ m})} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right)$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 3

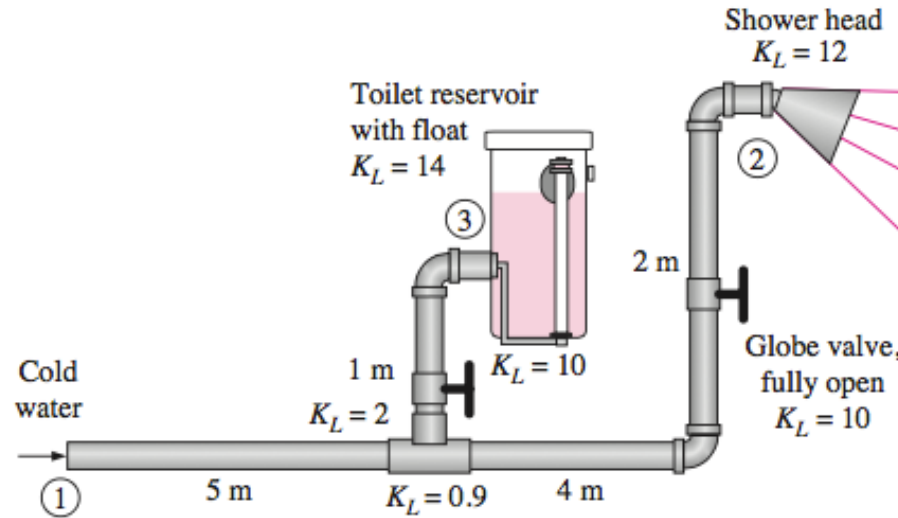


Se obtiene un conjunto de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, resolviendo el sistema de ecuaciones se llega a :

$$\dot{V} = 0.00053 \text{ m}^3/\text{s}, \quad f = 0.0218, \quad V = 2.98 \text{ m/s}, \quad \text{and} \quad \text{Re} = 44,550$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 3



Cuando es sanitario se vacía, el flotador se acciona y se abre la válvula. El agua en descarga comienza a llenar de nuevo el deposito. La pérdida de carga y el coeficiente de pérdida para el ramal del sanitario se determinaron en

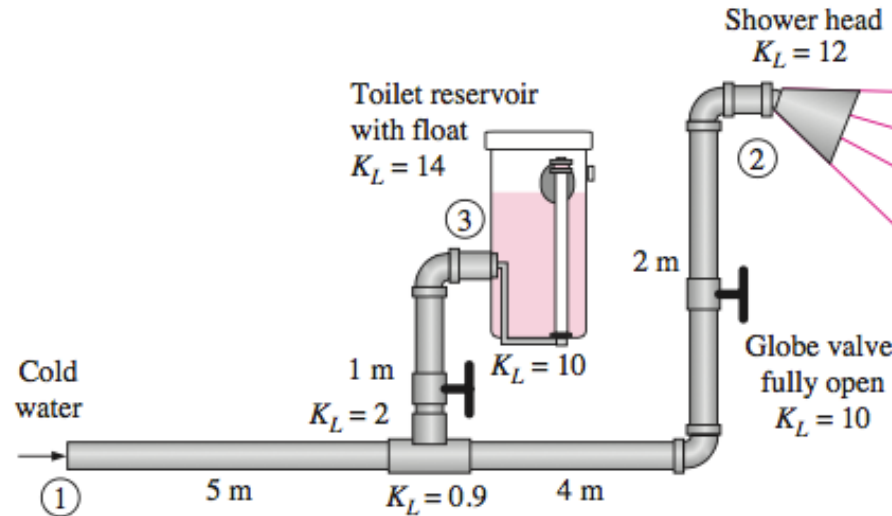
$$h_{L,3} = \frac{200,000 \text{ N/m}^2}{(998 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} - 1 \text{ m} = 19.4 \text{ m}$$

$$\Sigma K_{L,3} = 2 + 10 + 0.9 + 14 = 26.9$$



# Redes de tuberías

## Ejemplo 3



Planteado las ecuaciones de pérdida de carga para el ramal de la ducha y el sanitario, y las de velocidad, número de Reynolds y Colebrook se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 + \dot{V}_3$$

$$h_{L,2} = f_1 \frac{5 \text{ m}}{0.015 \text{ m}} \frac{V_1^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} + \left( f_2 \frac{6 \text{ m}}{0.015 \text{ m}} + 24.7 \right) \frac{V_2^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 18.4$$

$$h_{L,3} = f_1 \frac{5 \text{ m}}{0.015 \text{ m}} \frac{V_1^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} + \left( f_3 \frac{1 \text{ m}}{0.015 \text{ m}} + 26.9 \right) \frac{V_3^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 19.4$$

$$V_1 = \frac{\dot{V}_1}{\pi(0.015 \text{ m})^2/4}, \quad V_2 = \frac{\dot{V}_2}{\pi(0.015 \text{ m})^2/4}, \quad V_3 = \frac{\dot{V}_3}{\pi(0.015 \text{ m})^2/4}$$

$$\text{Re}_1 = \frac{V_1(0.015 \text{ m})}{1.004 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}, \quad \text{Re}_2 = \frac{V_2(0.015 \text{ m})}{1.004 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}, \quad \text{Re}_3 = \frac{V_3(0.015 \text{ m})}{1.004 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}$$

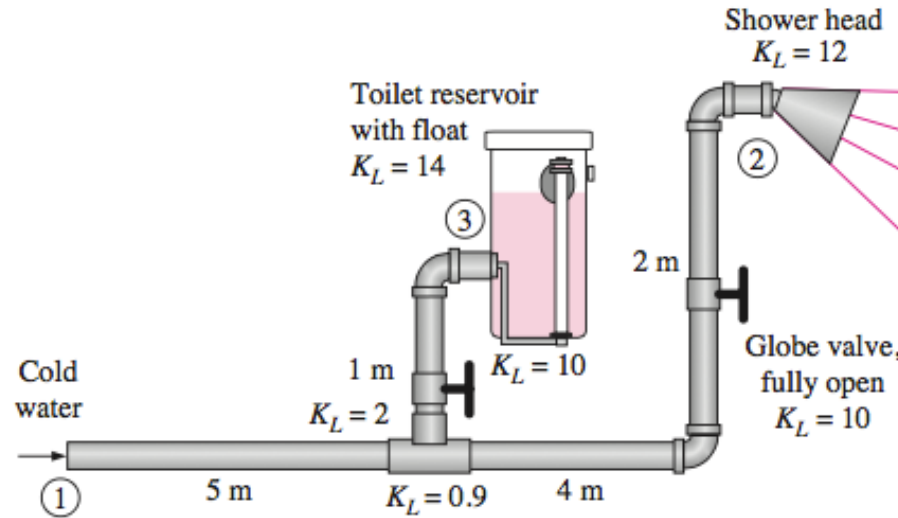
$$\frac{1}{\sqrt{f_1}} = -2.0 \log \left( \frac{1.5 \times 10^{-6} \text{ m}}{3.7(0.015 \text{ m})} + \frac{2.51}{\text{Re}_1 \sqrt{f_1}} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_2}} = -2.0 \log \left( \frac{1.5 \times 10^{-6} \text{ m}}{3.7(0.015 \text{ m})} + \frac{2.51}{\text{Re}_2 \sqrt{f_2}} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_3}} = -2.0 \log \left( \frac{1.5 \times 10^{-6} \text{ m}}{3.7(0.015 \text{ m})} + \frac{2.51}{\text{Re}_3 \sqrt{f_3}} \right)$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 3



Resolviendo simultáneamente el sistema de 12 ecuaciones con 12 incógnitas se obtiene:

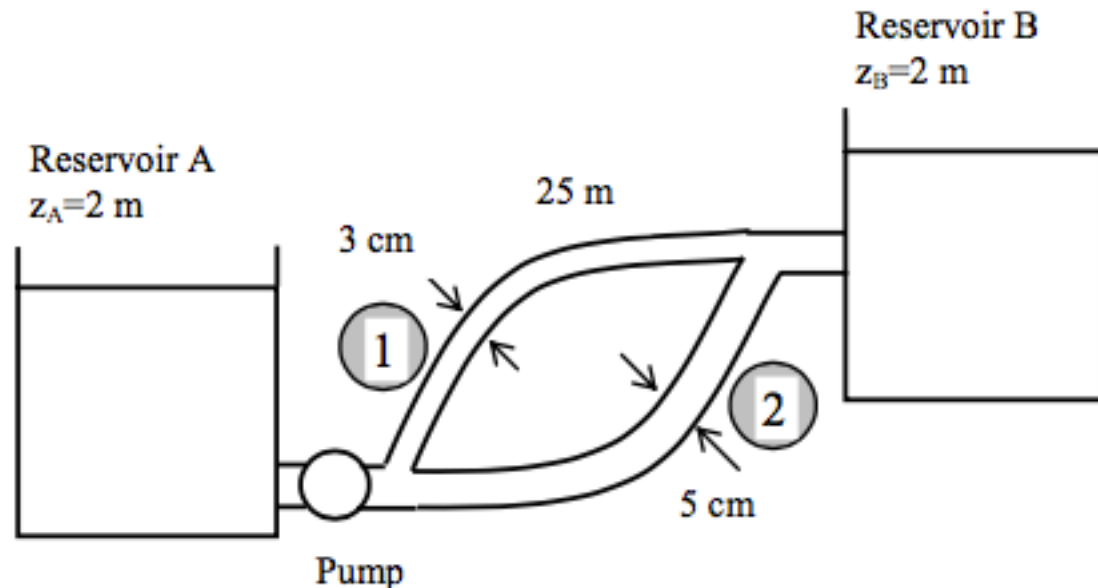
$$\dot{V}_1 = 0.00090 \text{ m}^3/\text{s}, \quad \dot{V}_2 = 0.00042 \text{ m}^3/\text{s}, \quad \text{and} \quad \dot{V}_3 = 0.00048 \text{ m}^3/\text{s}$$

Cuando se vacía el sanitario se reduce el caudal de agua fría a través de la ducha en 21%, de 0.53 L/s a 0.42 L/s

# Redes de tuberías

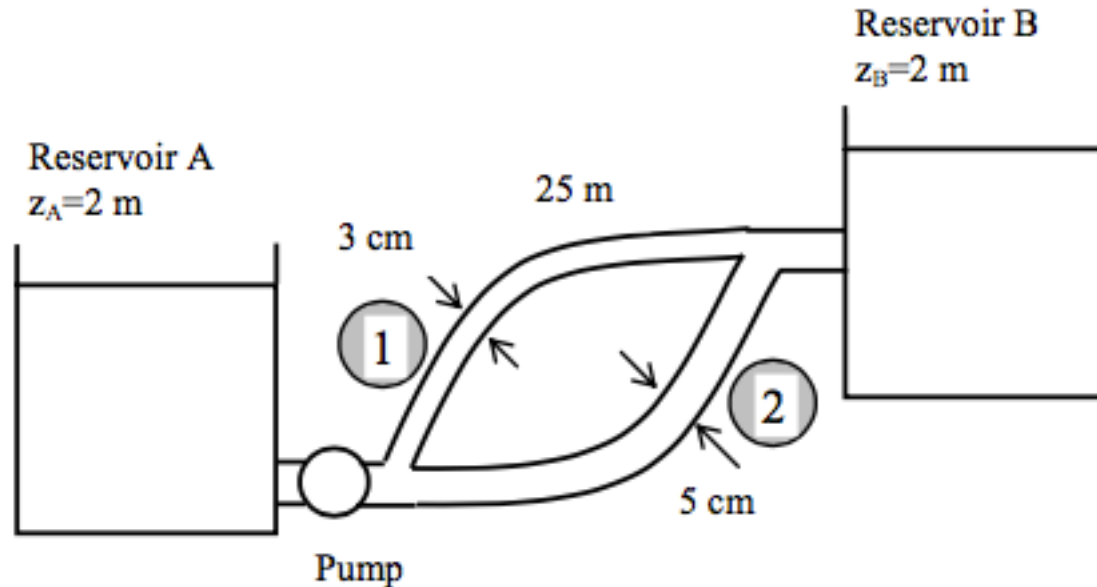
## Ejemplo 4

Se tiene agua a  $20^{\circ}\text{C}$  que será bombeada desde un depósito ( $z_A=2\text{ m}$ ) hasta otro a una elevación mayor ( $z_B=9\text{ m}$ ) a través de dos tuberías de plástico de  $25\text{ m}$  de largo conectadas en paralelo. Los diámetros de las tuberías son de  $3\text{ cm}$  y  $5\text{ cm}$ . El agua se bombeará con un acoplamiento de bomba-motor de  $68\%$  de eficiencia que extrae  $7\text{ kW}$  de potencia eléctrica durante la operación. Las pérdidas menores y la pérdida de carga en las tuberías que conectan las tuberías paralelas se consideran despreciables. Determine la razón de flujo total entre los depósitos y las razones de flujo a través de cada una de las tuberías.



# Redes de tuberías

## Ejemplo 4



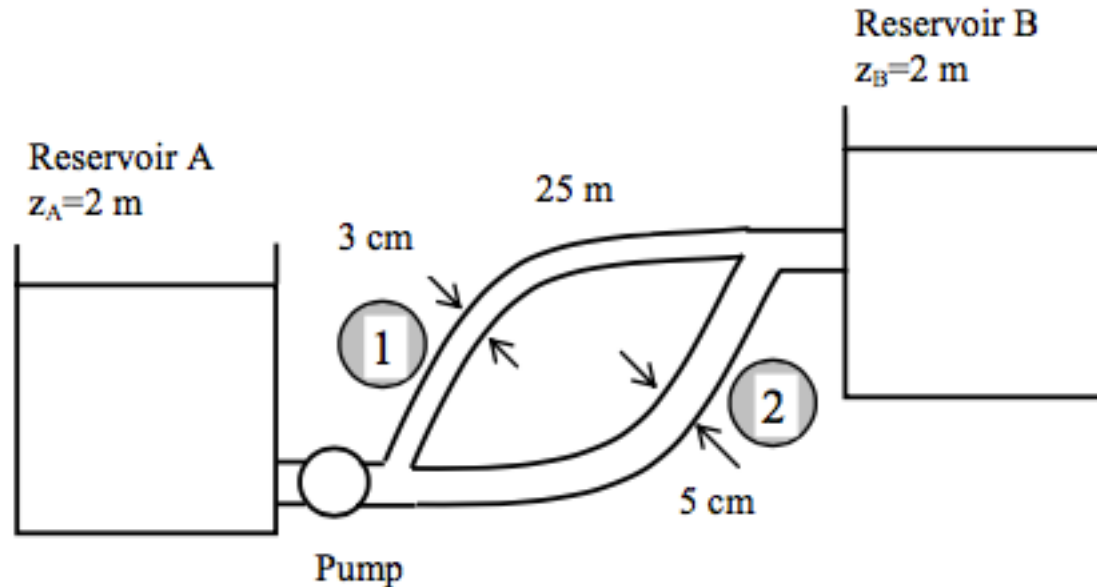
La densidad y la viscosidad dinámica del agua a  $20^\circ\text{C}$  son  $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$  y  $\mu = 1.002 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$ . La rugosidad de las tuberías plásticas es  $\epsilon = 0$ .

La potencia eléctrica de entrada al motor en función de la carga de la bomba se puede expresar como:

$$\dot{W}_{\text{elect, in}} = \frac{\rho \dot{V} g h_{\text{pump, u}}}{\eta_{\text{pump-motor}}}$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 4



Remplazando valores conocidos en la ecuación anterior obtenemos:

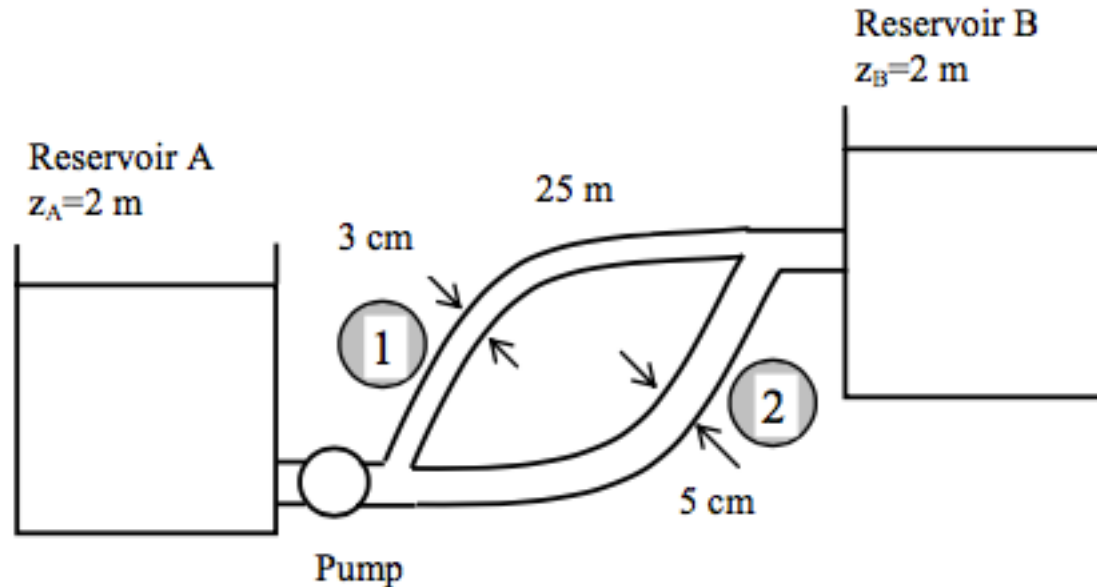
$$7000 \text{ W} = \frac{(998 \text{ kg/m}^3) \dot{V} (9.81 \text{ m/s}^2) h_{\text{pump, u}}}{0.68} \quad (1)$$

La ecuación de conservación de energía entre los puntos A y B queda:

$$\frac{P_A}{\rho g} + \alpha_A \frac{V_A^2}{2g} + z_A + h_{\text{pump, u}} = \frac{P_B}{\rho g} + \alpha_B \frac{V_B^2}{2g} + z_B + h_{\text{turbine, e}} + h_L$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 4



La ecuación de conservación de energía entre los puntos A y B queda:

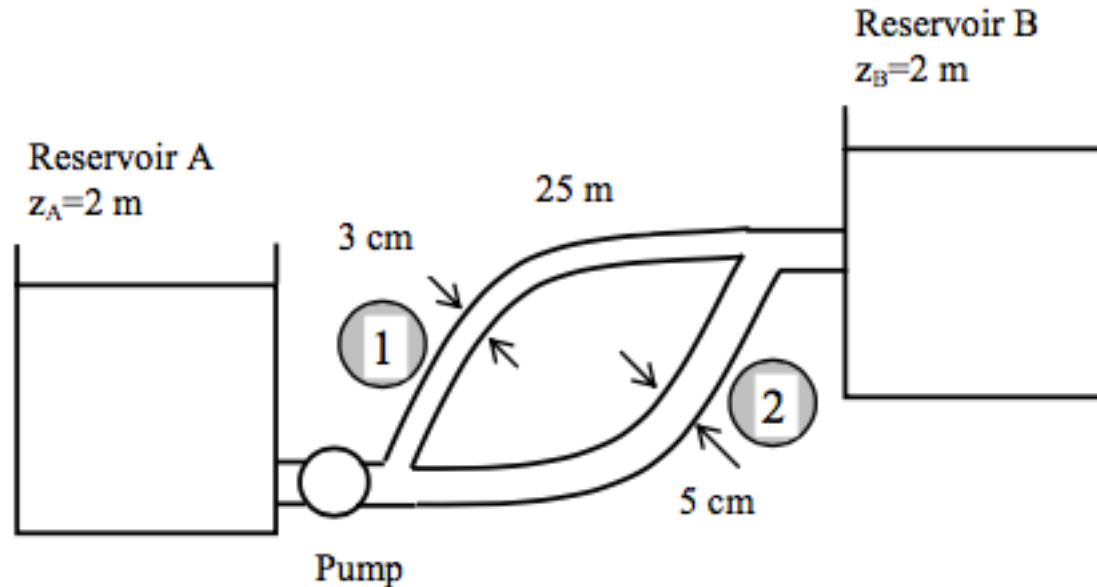
$$\frac{P_A}{\rho g} + \alpha_A \frac{V_A^2}{2g} + z_A + h_{\text{pump, u}} = \frac{P_B}{\rho g} + \alpha_B \frac{V_B^2}{2g} + z_B + h_{\text{turbine, e}} + h_L$$

Tenido en cuenta que la presión en A y en B es atmosférica y la velocidad en A y B es despreciable, la ecuación de conservación de energía se puede escribir como:

$$h_{\text{pump, u}} = (z_B - z_A) + h_L$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 4



Remplazando valores conocidos, la ecuación de conservación de energía queda:

$$h_{\text{pump}, u} = (9 - 2) + h_L \quad (2)$$

Como las dos tuberías, están en paralelo, se tiene que las perdidas de carga son iguales

$$h_L = h_{L,1} = h_{L,2}$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 4

Llamemos tubería 1 a la de 3cm de diámetro y tubería 2 a la de 5cm de diámetro. La velocidad promedio, el número de Reynolds, el factor de fricción y la pérdida de carga en cada tubería se pueden expresar como:

$$V_1 = \frac{\dot{V}_1}{A_{c,1}} = \frac{\dot{V}_1}{\pi D_1^2 / 4} \rightarrow V_1 = \frac{\dot{V}_1}{\pi (0.03\text{m})^2 / 4} \quad (5)$$

$$V_2 = \frac{\dot{V}_2}{A_{c,2}} = \frac{\dot{V}_2}{\pi D_2^2 / 4} \rightarrow V_2 = \frac{\dot{V}_2}{\pi (0.05\text{m})^2 / 4} \quad (6)$$

$$\text{Re}_1 = \frac{\rho V_1 D_1}{\mu} \rightarrow \text{Re}_1 = \frac{(998 \text{ kg/m}^3) V_1 (0.03 \text{ m})}{1.002 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}} \quad (7)$$

$$\text{Re}_2 = \frac{\rho V_2 D_2}{\mu} \rightarrow \text{Re}_2 = \frac{(998 \text{ kg/m}^3) V_2 (0.05 \text{ m})}{1.002 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}} \quad (8)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_1}} = -2.0 \log \left( \frac{\varepsilon / D_1}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}_1 \sqrt{f_1}} \right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f_1}} = -2.0 \log \left( 0 + \frac{2.51}{\text{Re}_1 \sqrt{f_1}} \right) \quad (9)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_2}} = -2.0 \log \left( \frac{\varepsilon / D_2}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}_2 \sqrt{f_2}} \right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f_2}} = -2.0 \log \left( 0 + \frac{2.51}{\text{Re}_2 \sqrt{f_2}} \right) \quad (10)$$

$$h_{L,1} = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} \rightarrow h_{L,1} = f_1 \frac{25 \text{ m}}{0.03 \text{ m}} \frac{V_1^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} \quad (11)$$

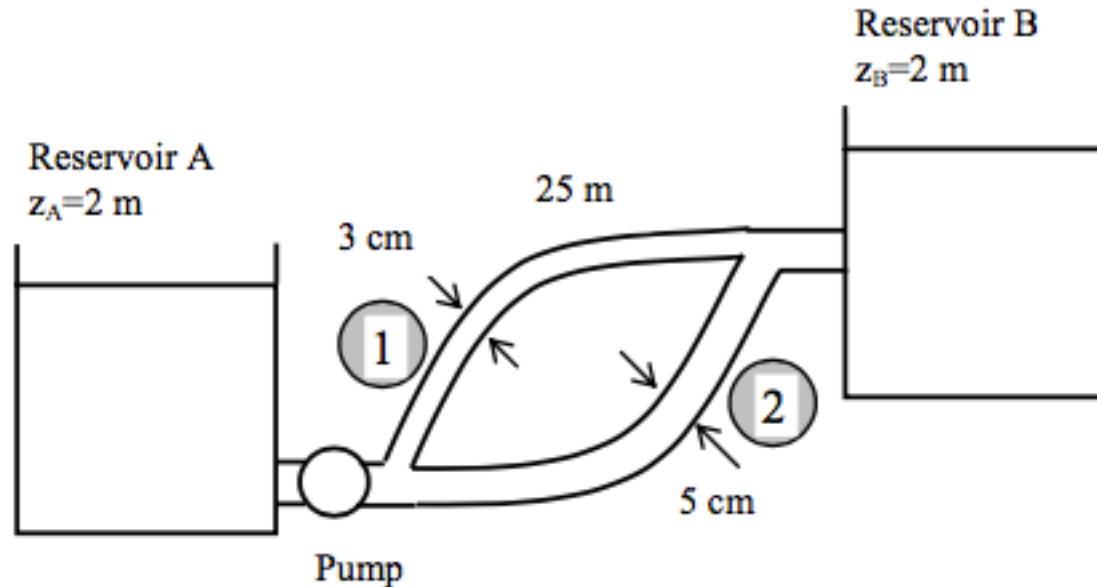
$$h_{L,2} = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} \rightarrow h_{L,2} = f_2 \frac{25 \text{ m}}{0.05 \text{ m}} \frac{V_2^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} \quad (12)$$

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (13)$$



# Redes de tuberías

## Ejemplo 4



Se obtiene un sistema de 13 ecuaciones con 13 incógnitas, que al ser resuelto se obtiene:

$$\dot{V} = 0.0183 \text{ m}^3/\text{s}, \quad \dot{V}_1 = 0.0037 \text{ m}^3/\text{s}, \quad \dot{V}_2 = 0.0146 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$V_1 = 5.30 \text{ m/s}, \quad V_2 = 7.42 \text{ m/s}, \quad h_L = h_{L,1} = h_{L,2} = 19.5 \text{ m}, \quad h_{\text{pump,u}} = 26.5 \text{ m}$$

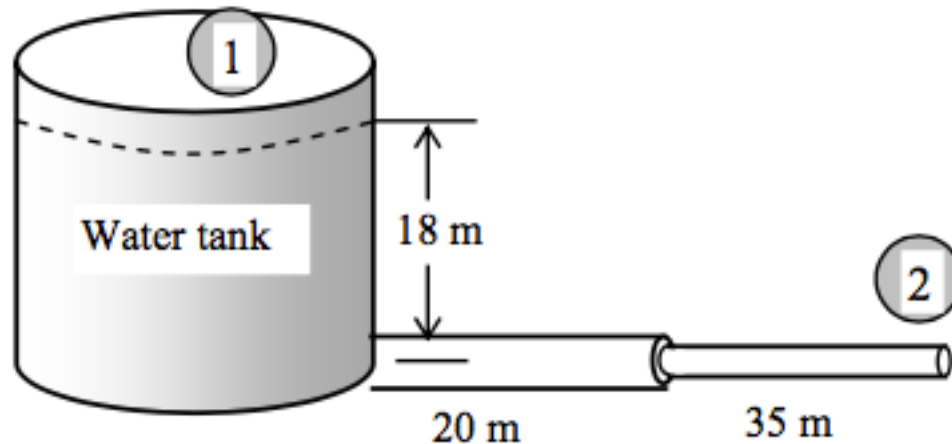
$$\text{Re}_1 = 158,300, \quad \text{Re}_2 = 369,700, \quad f_1 = 0.0164, \quad f_2 = 0.0139$$

Debido a que el número de Reynolds es mayor a 4000 en ambas tuberías, el flujo es turbulento en ellas.

# Redes de tuberías

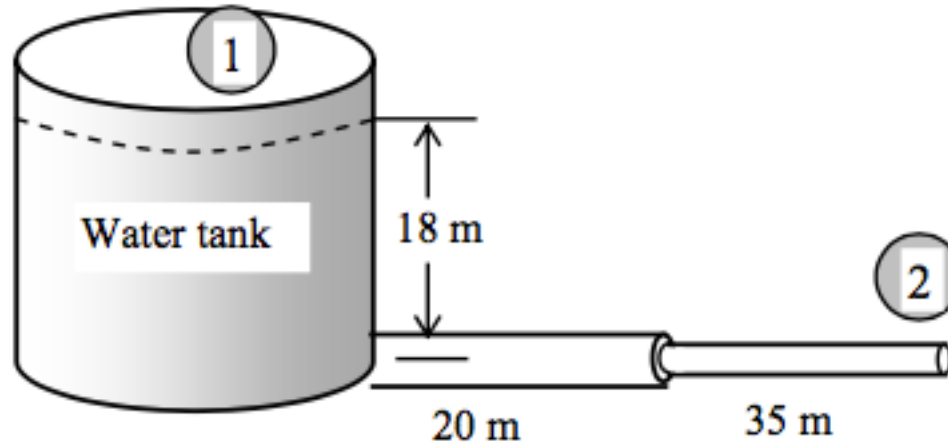
## Ejemplo 5

Se tiene agua a  $15^{\circ}\text{C}$  que se drena de un deposito grande con el uso de dos tuberías de plástico horizontales conectadas en serie. La primera tubería mide 20 m de largo y tiene un diámetro de 10 cm, mientras la segunda tubería mide 35 m de largo y tiene un diámetro de 4 cm. El nivel de agua en el deposito esta 18 m sobre la línea central de la tubería. La entrada de la tubería tiene un borde agudo y la contracción entre las dos tuberías es repentina. Si se desprecia el efecto del factor de corrección de energía cinética, determine la razón de descarga del agua al deposito.



# Redes de tuberías

## Ejemplo 5



Tomamos la superficie libre del tanque como el punto 1 y el punto 2 como la salida de la tubería. El fluido en el punto 1 y el 2 está abierto a la atmósfera, la velocidad del fluido en la superficie del tanque es 0. La ecuación de energía entre los puntos 1 y 2 queda:

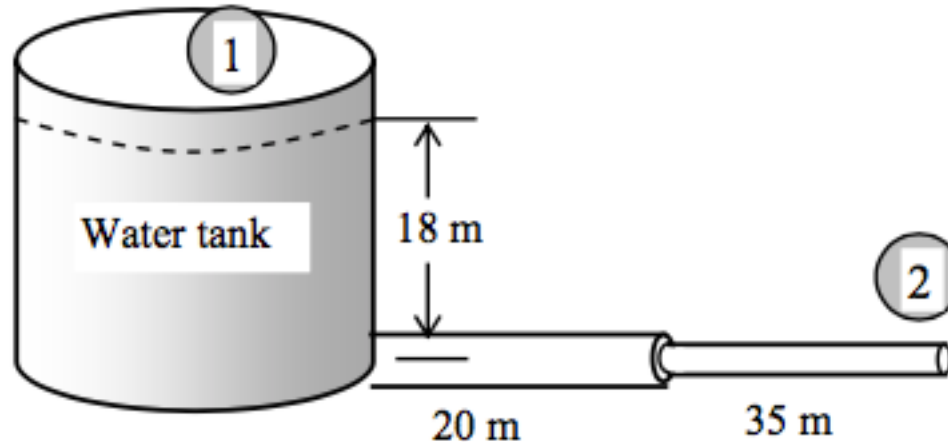
$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pump},u} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{turbine},e} + h_L \quad \rightarrow \quad z_1 = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_L$$

Remplazando los valores conocidos queda:

$$18 \text{ m} = \frac{V_2^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} + h_L \quad (1)$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 5

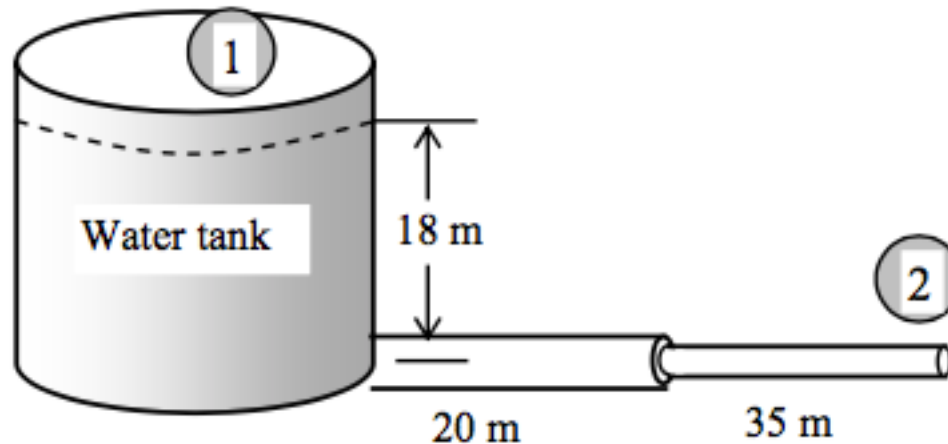


Denotando la primera tubería como 1 y la segunda tubería como 2, usando la conservación de la masa, la velocidad en la tubería 1 puede ser expresada en términos de la tubería 2 de la siguiente manera:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \rightarrow \rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 \rightarrow V_1 = \frac{A_2}{A_1} V_2 = \frac{D_2^2}{D_1^2} V_2 = \frac{(4 \text{ cm})^2}{(10 \text{ cm})^2} V_2 \rightarrow V_1 = 0.16 V_2 \quad (2)$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 5



La pérdida de carga se puede escribir

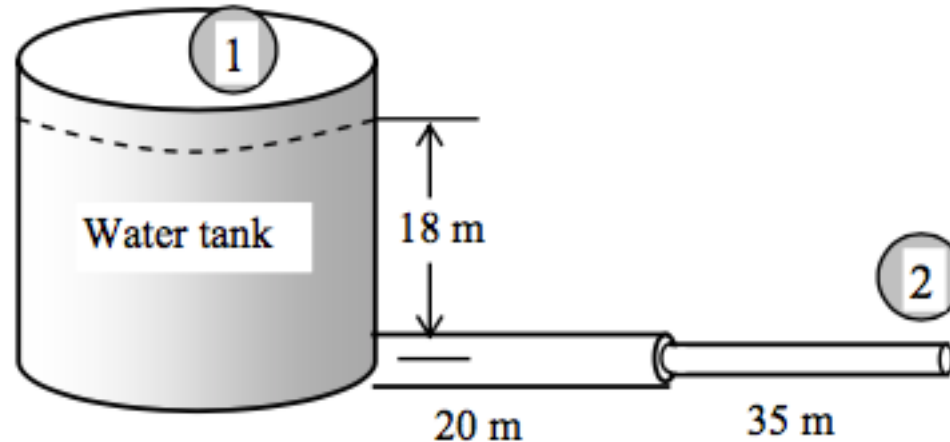
$$h_L = \left( f_1 \frac{L_1}{D_1} + K_{L,\text{entrance}} \right) \frac{V_1^2}{2g} + \left( f_2 \frac{L_2}{D_2} + K_{L,\text{contraction}} \right) \frac{V_2^2}{2g}$$

O Reemplazando los valores conocidos

$$h_L = \left( f_1 \frac{20 \text{ m}}{0.10 \text{ m}} + 0.5 \right) \frac{V_1^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} + \left( f_2 \frac{35 \text{ m}}{0.04 \text{ m}} + 0.46 \right) \frac{V_2^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} \quad (3)$$

# Redes de tuberías

## Ejemplo 5



Resolviendo el sistema de 8 ecuaciones con 8 incógnitas obtenemos:

$$\dot{V} = \mathbf{0.00595 \text{ m}^3/\text{s}}, \quad V_1 = 0.757 \text{ m/s}, \quad V_2 = 4.73 \text{ m/s}, \quad h_L = h_{L1} + h_{L2} = 0.13 + 16.73 = 16.86 \text{ m},$$

$$\text{Re}_1 = 66,500, \quad \text{Re}_2 = 166,200, \quad f_1 = 0.0196, \quad f_2 = 0.0162$$

El número de Reynolds en ambas tuberías es mayor a 4000, por tanto fue correcto asumir que el flujo en las tuberías era turbulento.